ЗАДАЧИ и УПРАЖНЕНИЯ
К „ЭЛЕМЕНТАМ АЛГЕБРЫ

ЧЕТВЕРТОЕ ИЗДАНИЕ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1931 ЛЕНИНГРАД

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книжка представляет собою то дополнение к теоретическому курсу „Элементов алгебры“, о котором говорилось в конце предисловия к этому труду.

Упражнения и задачи расположены, во-первых, в полном соответствии с последовательностью параграфов этих „Элементов“ [1]) и, во-вторых, в порядке возрастания их сложности.

Наиболее трудные задачи снабжены или подробными решениями, или краткими указаниями на способ решения.

Некоторые упражнения даны в форме вопросов, заставляющих учащегося глубже вникнуть в детали теории.

Второе издание исправлено и дополнено (в конце книги) ответами на все задачи и упражнения.

В третьем издании эти ответы тщательно просмотрены и исправлены.

---

[1]) В скобках под заголовками указаны соответствующие параграфы „Элементов алгебры“.

СОДЕРЖАНИЕ

(В скобках поставлены те параграфы „Элементов алгебры", к которым отн[осятся] упражнения).

Стр

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ЗНАКОПОЛОЖЕНИЕ

(§§ 1—5)

1. Сторона квадрата равна a *м*; выразить его периметр, затем его площадь.

2. Если ребро куба равно m *см*, как выразятся его поверхность, его объем?

3. У прямоугольника основание равно x *м*, а высота на d *м* короче основания. Выразить его площадь.

4. Ребро куба равно $m+n$; выразить поверхность его и затем его объем.

5. Основание прямоугольника равно $2a+b$, а его высота есть $2a-b$, как выразится площадь этого прямоугольника?

6. Высота прямоугольного параллелепипеда есть h, а стороны прямоугольника, лежащего в основании, равны b и c (числа h, b и c выражены в одних и тех же линейных единицах). Как при помощи этих чисел выразятся: 1) периметр основания, 2) площадь основания; 3) полная поверхность параллелепипеда; 4) объем его.

7. Если мой возраст сейчас равен a годам, то как выразится мой возраст через 5 лет? Каков был мой возраст 5 лет тому назад?

8. Написать алгебраическое выражение, показывающее, сколько граммов содержится в составном именованном числе a *кг* b *дг*.

9. Цена телеграммы обыкновенно составляется так: к постоянной основной таксе в a коп. прибавляется плата за каждое слово по b коп. Какая цена телеграммы, содержащей x слов?

10. Сколько единиц содержится в x десятках?

11. Некоторое двузначное число содержит x десятков и y простых единиц; сколько всех единиц в этом числе?

12. В трехзначном числе имеется a сотен, b десятков и c простых единиц. Какой формулой можно выразить все число единиц, содержащееся в этом числе?

13. Как изобразить число, кратное 7?

14. Если k есть какое-нибудь целое число, то какие из следующих чисел будут четные и какие нечетные:

$$2k \quad 2k+1 \quad 2k-1?$$

15. Некоторое целое число при делении его на 5 дает остаток 2; изобразить это число формулой.

16. Смешано 2 сорта чаю: первого сорта взято a *кг*, второго b *кг*. Килограмм первого сорта стоит m руб., второго сорта n руб. Выразить цену одного килограмма смеси.

17. В одной коробке находится m перьев, а в другой n перьев. Если

из первой переложить во вторую p перьев, то в обеих коробках сделается поровну. Выразить это посредством знаков —, + и =.

18. Выразить посредством знака неравенства, что сумма цифр двузначного числа, содержащего a десятков и b простых единиц, меньше самого этого числа.

19. Указать посредством знаков, принятых в алгебре: 1) сумму квадратов чисел x и y; 2) квадрат суммы этих же чисел; 3) произведение квадратов этих чисел; 4) квадрат произведения их; 5) произведение суммы чисел a и b на их разность; 6) частное от деления суммы чисел m и n на их разность (последнее выразить двояким путем, т. е. посредством знака : и посредством черты).

20. Какие предложения выражаются следующими формулами:

$$1)\ ab = ba \qquad 2)\ (x+y)z = xz + yz$$

$$3)\ (a+b)\ (a-b) = a^2 - b^2 \qquad 4)\ \frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$$

$$5)\ \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m} \qquad 6)\ (ab)^2 = a^2b^2.$$

21. Вычислить следующие выражения при $a = 20$, $b = 8$ и $c = 3$:

$$1)\ (a+b)c \qquad 2)\ a + bc \qquad 3)\ (a+b)a - b$$

$$4)\ (a+b)\ (a-b) \qquad 5)\ (a+b) : c \qquad 6)\ \frac{a+b}{b+c}$$

$$7)\ a^2 + b^2 \qquad 8)\ (a+b)^2 \qquad 9)\ a^2 + b^3.$$

Замечание об употреблении скобок. Для избежания излишнего писания скобок условились в следующем правиле: если алгебраическое выражение написано без скобок, то это значит, что действия, входящие в это выражение, надо производить в такой последовательности: сначала действия высшего порядка — возвышение в степень и извлечение корня, затем умножение и деление и, наконец, действия низшего порядка — сложение и вычитание. Напр., вычисляя выражение $a^2 - 2ab + b^2$, надо сначала произвести возвышение в степень (число a возвысить в квадрат и число b возвысить в квадрат), потом умножение (умножить 2 на a и полученное число умножить на b) и, наконец, вычитание и сложение (из a^2 вычесть $2ab$ и к полученному числу приложить b^2). Посредством скобок указываются только отступления от этого правила. Так, при вычислении выражения $(a+b)a - b$ надо сначала сложить a с b, потом умножить полученное число на a и, наконец, вычесть из того, что окажется, число b.

22. Проверить следующие равенства при $a = 10$ и $b = 2$:

$$1)\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad 2)\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3)\ (a+b)\ (a-b) = a^2 - b^2.$$

23. Вычислить следующие выражения при $x = 100$ и $y = 20$:

$$1)\ x - \{y + [x + y - (x-y)] + 2\}$$

$$2)\ xy + [x^2 - (x-y)^2].$$

24. Сумма чисел натурального ряда от 1 до n включительно выражается следующей формулой:

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{1}{2}n(n+1).$$

Проверить эту формулу для $n=2$, затем для $n=3$ и для $n=4$. Найти по этой формуле сумму первых 100 натуральных чисел.

25. Сумма квадратов чисел натурального ряда от 1 до n включительно выражается следующей формулой:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

Проверить эту формулу для $n=2, 3, 4$.

Вычислить по ней сумму квадратов $1^2+2^2+3^2+\ldots+10^2$.

26. Сумма кубов натуральных чисел от 1 до n включительно выражается формулой:

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Проверить для $n=1, 2, 3, 4$; найти сумму кубов первых 100 чисел.

27. Написать выражение, которое получится, если в произведении $3ab$ подставить вместо a сумму $x+y$, а вместо b разность $x-y$.

28. В выражение $2m+3n$ подставить вместо m произведение ab и вместо n разность $a-b$.

29. В выражение $\frac{1}{2}n(n+1)$ подставить вместо n сумму $k+1$.

СВОЙСТВА ПЕРВЫХ ЧЕТЫРЕХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

(§§ 6—11)

Упростить следующие выражения, объяснив, какими свойствами действий приходится пользоваться в каждом примере:

30. $a+b+a+b+a$ $\quad x+10+(12-x)+3$.
31. $5+a+(b-5)+a$ $\quad x+(a+x)$.
32. $m+(n-m)$ $\quad 5aabxabxx$.
33. $(3x^2y)\cdot(2x)$ $\quad \left(\frac{2}{3}ax\right)\cdot 3$.
34. $(x+3)\cdot 5$ $\quad 7(x+y+z)$.
35. $(2a+8b-4c):4$ $\quad (10a^2b):2$.
36. $(72x-18y):9$ $\quad (20a^2x^3):(5ax^2)$
37. $\frac{a}{4}:\frac{b}{4}$ $\quad \frac{15ax}{7}:\frac{5a}{7}$
38. $n+n+n$ $\quad m+m+m+m$ $\quad 4a+2a$
39. $16y-3y$ $\quad 3z-3z$ $\quad b+2b+3b$
40. $2x+y-y$ $\quad 3x+3x+3x+3x$
41. $3x\cdot 4$ $\quad 4\cdot 3x$ $\quad 2y\cdot 5$ $\quad 5\cdot 2y$

42. Показать, что если в трехзначном числе средняя цифра равна сумме двух крайних цифр, то число делится на 11.

СЛОЖЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(§§ 17—19)

43. $(+7)+(+3)$ $(-7)+(-3)$ $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(2\frac{1}{2}\right)$

44. $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-2\frac{1}{2}\right)$ $(+10)+(-2)$ $(+10)+(-12)$

45. $(-5)+(+6)$ $(-5)+(+2)$ $4+(-3)$

46. $(-4)+3$ $8+(-10)$ $(-8)+10$

47. $(+5)+(-5)$ $5+(-5)$ $0{,}4+(-0{,}4)$

48. $\left(-\frac{1}{2}\right)+0{,}5$ $8+0$ $\frac{3}{4}+0$

49. $0+2$ $0+0{,}3$ $0+0$

50. $(+8)+(-5)+(-3)+(+2)$ $(-0{,}5)+2+\left(-\frac{3}{4}\right)+$ $+(-7)$

51. $10+(-20)+(-3{,}7)+8$ $(-7)+(-3)+(-1)+$ $+(+11)$

ВЫЧИТАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(§§ 20—24)

52. Товар куплен за a руб., а продан за b руб. Сколько получено прибыли? Вычислить эту прибыль, если $a=40$ и $b=35$. Что означает здесь отрицательный ответ?

53. Некто ежемесячно получает дохода m руб., а тратит n руб. Сколько у него остается ежемесячно? Вычислить ответ при $m=120$ и $n=130$. Что означает отрицательный ответ?

54. Гребец в стоячей воде подвигается на m *м* в минуту. Но он плывет против течения, которым лодка относится назад на n *м* в минуту. На сколько метров подвигается лодка в минуту? Если $m=20$ и $n=25$, каков будет ответ и что он означает?

55. Если бы не были введены в алгебру отрицательные числа, то при каких ограничениях были бы верны следующие равенства:

$$a+(b-c)=a+b-c \qquad a-(b+c)=a-b-c$$
$$a-(b-c)=a-b+c$$

В следующих примерах произвести указанные действия:

56. $12-(-2)$ $5-(-5)$ $(+8)-(-10)$ $(+1)-(-1)$

57. $a-(-b)$ $(+m)-(-n)$ $(+2x)-(-3x)$

58. $9-0$ $x-0$ $2m-0$ $a-0$

59. $10+(+2)-(-4)-(+2)+(-2)$

60. $(+100)-(-15)-(-8)+(-10)-(+7)$

61. Вычислить сумму $a+b+c+d$ при $a=2$, $b=-3$, $c=-\frac{1}{2}$, $d=-\frac{1}{4}$.

62. Вычислить разность $m-n$ при $m=-10$ и $n=-15$.

63. Представить выражение $10-2-3+7$ в виде суммы относительных чисел.

64. Представить сумму $10+8$ в виде разности относительных чисел.

65. Сумму $a+x$ написать в виде разности.

66. Выражение $a-b-c$ представить в виде алгебраической суммы.

ГЛАВНЕЙШИЕ СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ

(§ 25)

67. Проверить переместительное свойство сложения на следующих примерах:

а) $10+(-2)+(+7)=10+(+7)+(-2)=(-2)+10+$ $+(+7)=(-2)+(+7)+10=(+7)+10+(-2)=(+7)+$ $+(-2)+10$

б) $\left(-7\frac{1}{2}\right)+\left(-5\frac{1}{2}\right)+20=\left(-5\frac{1}{2}\right)+20+\left(-7\frac{1}{2}\right)=\ldots$

в) $2{,}8+(-0{,}5)+(-1{,}7)+5{,}2=2{,}8+5{,}2+(-0{,}5)+$ $+(-1{,}7)=\ldots$

68. Как можно всего проще, воспользовавшись сочетательным свойством сложения, вычислить следующую сумму:

$$(+25{,}2)+\left(-7\frac{1}{2}\right)+(-25{,}2)+\left(-\frac{1}{2}\right)$$

69. Проверить следующие равенства:

$$80+[-5+(-6)+(-2)]=80+(-5)+(-6)+(-2)$$
$$100-[5+(-2)+(-1)]=100-5-(-2)-(-1)$$

УМНОЖЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(§ 27)

70. $(-2)\,(-3)$ $(+7)\,(-2)$ $(-8)\,(-10)$

71. $\left(-8\frac{1}{2}\right)\left(+2\frac{3}{4}\right)$ $(+0{,}36)\left(-\frac{3}{8}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)$

72. $(-1)^2$ $(-1)^3$ $(-1)^4$ $(-1)^5$

73. $(-2)^2$ $(-2)^3$ $(-2)^4$ $(-2)^5$

74. Вычислить выражение ax^2+bx+c при $a=3$, $b=-4$, $c=-5$, и $x=4$.

75. Вычислить то же выражение при $a=-4$, $b=3$, $c=-5$ и $x=-2$.

76. $4\cdot 0$ $5\frac{1}{2}\cdot 0$ $0{,}3\cdot 0$ $\left(-8\frac{3}{4}\right)\cdot 0$ $0\cdot x$

77. $(-3)\,(+2)\,(-4)\,(-7)$ $0{,}2\cdot(-1)\,(-1)\,(-7)$

78. $\left(-\frac{1}{2}\right)(+3{,}5)\,(+2)\left(-\frac{7}{8}\right)$

ДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(§§ 31 — 33)

79. $(+20):(+4)$ $(+20):(-4)$ $(-20):(+4)$ $(-20):(-4)$

80. $(+2a):-2$ $(-5x):x$ $(-7x^2):-7$

81. $0:8 \qquad 0:\frac{1}{2} \qquad 0:0{,}3 \qquad 0:a$

82. $1:0 \qquad 5:0 \qquad a:0 \qquad 0:0$

83. Найти числа, обратные следующим:

$$-5 \qquad +7 \qquad -0{,}3 \qquad +\frac{5}{7} \qquad 2{,}86 \qquad -1$$

84. Проверить равенства:

$$10:\frac{3}{7}=10\cdot\frac{7}{3} \qquad (-8):(+2)=(-8)\cdot\left(+\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(+\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{7}{8}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)$$

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

(§ 34)

85. Убедиться поверкою, что следующие равенства верны:

$$(-5)\ (+2)\ (-1)=(+2)\ (-1)\ (-5)=(+2)\ (-5)\ (-1)=.$$

$$10\ (-3)\ (-2)\ (+5)=10\cdot[(-3)\ (-2)\ (+5)]=$$
$$=10\ (-2)\ [(-3)\ (+5)]$$

$$[10+(-3)+(-2)]\ (-7)=10\ (-7)+(-3)\ (-7)+(-2)\ (-7)$$

$$\left(\frac{3}{4}-0{,}2+\frac{7}{8}\right)\cdot 0{,}3=\frac{3}{4}\cdot 0{,}3-0{,}2\cdot 0{,}3+\frac{7}{8}\cdot 0{,}3.$$

86. Основываясь на сочетательном свойстве умножения, как всего удобнее вычислить следующие произведения:

$$8\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 125 \qquad 2{,}5\cdot 6\cdot 10\cdot 5 \qquad \frac{3}{4}\cdot 8{,}2\cdot 4\cdot 10$$

87. Проверить следующие равенства:

$$(-100):[(+5)\ (-4)\ (-5)]=\{[-100:(+5)]:(-4)\}:(-5)$$

$$[(-100)\ (+20)]:(-5)=[(-100):(-5)]\cdot(+20)=$$
$$=(-100)\ [(+20):(-5)]$$

88. Проверить, что частное $3{,}5:7$ не изменится, если мы делимое и делитель умножим на 4. То же, если разделим на 0,75.

РАВЕНСТВА И ИХ СВОЙСТВА

(§ 35)

89. Если $(a+1)\cdot 3=a\cdot 3+3$, то можно ли отсюда заключить, что $a\cdot 3+3=(a+1)\cdot 3$? Каким свойством равенства приходится при этом воспользоваться?

90. Если дано, что $2+x=10$ и $18-x=10$, то можно ли отсюда заключить, что $2+x=18-x$? Какое свойство равенства надо при этом принять во внимание?

91. Если нам даны два равенства:

$$5+x=20 \quad \text{и} \quad 10x-7=13,$$

то можно ли из них соответственно получить (и почему):

$$x = 20 - 5 \qquad 10x = 13 + 7$$

92. Почему из равенства: $a - x = b$ можно последовательно получить: $a = b + x$, $a - b = x$, $x = a - b$?

93. Можно ли (и на основании чего) из равенств:

$$\frac{x}{3} - 5 = 7 \qquad 20x + 4 = 12$$

получить соответственно новые равенства:

$$x - 15 = 21 \qquad 5x + 1 = 3$$

ТОЖДЕСТВО. УРАВНЕНИЕ

(§§ 36 — 41)

94. Какие из следующих равенств можно назвать тождествами и какие уравнениями:

$$x + y = y + x \qquad (a - b + x)c = ac - bc + xc$$

$$3a - 4 = 2a + 1 \qquad 8x + 1 = 5x + 7 \qquad a(bc) = abc$$

$$2x = x + 1 \qquad (xy) : y = x \qquad a : 2b = \frac{a}{2} : b$$

Решить следующие уравнения:

95. $2x + 1 = 35$ $\quad 19 = 4 + 3y$ $\quad 7y - 11 = 24$

96. $3x + 23 = 104$ $\quad 89 = 11y - 10$ $\quad 38 = 2 + 3x$

97. $6y + 5 = 5$ $\quad 6x = 3x + 9$ $\quad 5x + 3 = 7 + 4x$

98. $3x = 15 - 2x$ $\quad 4x - 3 = 9 - 2x$ $\quad 5x + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{2}$

99. $\frac{3}{5} - 2x = \frac{7}{10} - 3x$ $\quad 0{,}3 + \frac{2}{3}x = \frac{7}{9}x - 0{,}25$

100. $2{,}5x - 0{,}86 = 4 + 0{,}7x$ $\quad 29 + 2x = (x - 7) \cdot 3$

101. $x - 7 = \frac{3x + 13}{20}$ $\quad -x = 3$ $\quad -2x = 8$

102. $8 = -x$ $\quad -2x = -6$ $\quad -3x = 0$

ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

(После § 41)

103. Сумма двух чисел равна 2588; найти эти числа, если известно, что одно из них меньше другого на 148.

104. Разложить число 1800 на такие две части, чтобы меньшая из них составляла $\frac{2}{7}$ большей.

105. Сумма трех слагаемых равна 100; второе слагаемое больше первого на 10, а третье слагаемое больше второго на 20. Найти эти слагаемые.

106. Отец желает подарить своим детям каждому по 1 руб., но для этого ему недостает 15 коп. Тогда он дал каждому только по 96 коп.,

вследствие чего у него осталась 1 коп. Сколько было детей и какая сумма денег была у отца?

107. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма внутренних углов его равна сумме внешних углов?

108. Всадник догоняет пешехода, находящегося впереди его на 15 *км*. Через сколько часов всадник догонит пешехода, если в каждый час первый проезжает по 10 *км*, а второй проходит только по 4 *км*.

109. Два поезда выходят одновременно навстречу друг другу: один из города A, другой из города B, отстоящего от A на 140 *км*. На каком расстоянии от города A эти поезда встретятся, если в каждый час первый поезд проходит по 53 *км*, а второй по 35 *км*?

110. Из города A отбыл отряд красноармейцев к городу B, удаленному от A на 345 *км*; через 3 дня после его отправления навстречу ему из города B направился второй отряд. Через сколько дней по отправлении первого отряда они встретятся, если ежедневно первый отряд проходит по 35 *км*, а второй по 45 *км*?

111. Из двух сортов чаю составлена смесь в 32 *кг*. Килограмм первого сорта стоит 8 руб., а второго сорта 6 руб. 50 коп. Сколько килограммов взято того и другого сорта, если килограмм смеси стоит (без прибыли и убытка) 7 руб. 10 к.

112. При продаже некоторого товара магазином получено прибыли 120 руб. Сколько сам магазин заплатил за этот товар, если прибыль составляла 12% на затраченный капитал?

113. На заводе работают 42 мужчины и 34 женщины и за 6 дней работы они получают вместе 374 руб. 40 коп. Как велика рабочая плата за день мужчине и женщине, если рабочая плата женщине составляет $\frac{3}{5}$ рабочей платы мужчине?

114. Обыкновенно ученик точно приходит в школу к началу занятий, выходя из дома за 20 минут до начала их. Но однажды он несколько задержался дома, и потому должен был итти с увеличенной скоростью; однако все-таки он пришел на 2 минуты позже начала занятий. Сколько времени он потерял дома, если увеличенная скорость его движения, как он потом сообразил, составляла $\frac{10}{7}$ обыкновенной его скорости?

Решение. Идя с увеличенною скоростью, ученик от дома до школы прошел не в 20 минут, а во время, меньшее в $\frac{10}{7}$ раза, т. е. во время $20 : \frac{10}{7} = 14$ мин. Эти 14 мин. вместе с тем временем x, которое он потерял дома, должны составить $20 + 2 = 22$ мин. (на 2 мин. он запоздал). Следовательно, $14 + x = 22$, откуда: $x = 8$ мин.

115. Некто купил 6% облигации государственного займа по номинальной цене, причем он рассчитал, что доход с этих облигаций за 10 лет должен быть меньше затраченной суммы на 120 руб. На какую сумму он купил облигации?

116. 20% числа учеников в классе были переведены в другое отделение, а на их место поступило 13 новых учеников. Тогда в этом классе

оказалось на $\frac{1}{8}$ часть больше, чем было прежде. Сколько было учеников в классе прежде?

117. За последний год число уроженцев города увеличилось на 8%, а число чужеземцев уменьшилось, именно вместо 200 человек их стало только 150; вследствие этого все население города за этот год увеличилось только на 7%. Чему равно все население города теперь?

118. В треугольнике ABC угол A в 3 раза больше угла B, а угол C равен 72°. Найти углы A и B.

119. Разность цифр двузначного числа равна 3. Если переставим цифры этого числа одну на место другой и полученное число сложим с первым, то в сумме получим 99. Найти это число.

120. Определить время, когда на часах часовая и минутная стрелки совпадают между 3 и 4 часами.

121. Проволока, длиною в 50 *см*, разрезана на две части; одна согнута в виде круга, другая в виде квадрата, причем размеры этих фигур оказались таковы, что круг может быть вписан в квадрат. Найти диаметр круга $\left(\text{принимая } \pi = \frac{22}{7}\right)$.

МНОГОЧЛЕН И ОДНОЧЛЕН

(§§ 42—44)

122. Упростить следующие произведения:

$$ax10xaax \qquad aa(-5)bxx(+2)$$

$$ab\cdot\frac{3}{4}\cdot axx\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad 5mxy(-4)mxyy$$

123. Представить в виде сумм выражения:

$$2a \qquad 3ax \qquad 5a^2b \qquad 4(a+1)$$

124. Верны ли равенства:

$$a\cdot\frac{3}{4}=\frac{a}{4}+\frac{a}{4}+\frac{a}{4} \qquad -3x^2=-x^2-x^2-x^2$$

$$4\frac{1}{2}m=m+m+m+m+\frac{1}{2}m$$

125. Вычислить следующие одночлены:

$7a^2bc$ при $a=3$, $b=2$, $c=\frac{5}{7}$

$0{,}8a(b+c)$ при $a=1$, $b=\frac{5}{6}$, $c=0{,}25$

$3(a+b)^2c$ при $a=1$, $b=\frac{5}{6}$, $c=0{,}25$

$-7x^2y^3$ при $x=-2$, $y=1$

$0{,}52ax^2y$ при $a=100$, $x=-3$, $y=-2$

126. Вычислить следующие многочлены:

$$2x^4-x^3+5x^2-7x+1 \quad \text{при } x=1, \quad \text{при } x=2$$

$$ax^2+bx+c \quad \text{при } a=3,\ b=-2,\ c=-5,\ x=1$$

127. Убедиться, произведя указанные действия, что

$$10-2-5=10-5-2=-2+10-5=-2-5+10=$$
$$=-5-2+10=-5+10-2$$

128. Убедиться поверкою при $x=2$, что многочлен $3x^2-5x+10$ обладает свойством переместительности.

129. Убедиться, что равенство:

$$7x^2-2x+10=7x^2+(-2x+10),$$

полученное на основании сочетательного свойства многочлена, верно при $x=2$.

130. Убедиться поверкою, что при $x=2$ два многочлена:

$$x^3-2x^2+3x-5 \quad \text{и} \quad -x^3+2x^2-3x+5$$

дают числа, одинаковые по абсолютной величине, но противоположные по знаку.

ПРИВЕДЕНИЕ ПОДОБНЫХ ЧЛЕНОВ

(§ 45)

131. $5a^2b+7a^2b-a^2b$ $\qquad 2\frac{1}{2}ax^3+\frac{3}{4}ax^3+0{,}3ax^3$

132. $a+8xy^2-4{,}5xy^2$ $\qquad a-8xy^2+4{,}5xy^2$

133. $a^3x^2+3a^3x^2-\frac{1}{2}a^3x^2+a^3x^3$

134. $2x-5xy-8xy+3{,}1xy+0{,}2xy$

135. $5a^3-7a^2b+7ab^2+a^2b-2a^3-8ab^2+a^3-12ab^2+3a^2b$

136. $x^5-4ax^4-2ax^4+2a^2x^3+5ax^4-2a^2x^3+ax^4-7a^2x^3$

137. Решить следующие уравнения (сделав предварительно приведение подобных членов):

$$3x-8x+10+6x=4x-12+8x$$

$$-3x+10x-20-7x=\frac{2}{5}x-5x+3$$

СЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

(§ 48)

138. $A+(x-y-z)$ $\qquad (2m^2-n^2)+(3n^2-m^2)$

139. $(5a+3b-2c)+(2b-7a+5c)$

140. $(5x-2y+3)+(2x+3y-2)+(7x-y-1)$

141. $(m^2+2mn+n^2)+(m^2-2mn+n^2)+(m^2-n^2)$

142. $(5a^3-4a^2+7a-5)+(2a^4-3a^3+5a-8)+$
$+(6a^3-3a+7)$

143. $(2a-3b+c)+(3a+2b-c-d)+(a-2b+3d)$

Сложить следующие многочлены, подписав их друг под другом (подобные члены под подобными):

144. $(2x-y-z)+(2y+z-x)+(2z-x-y)$

145. $(3x^3-4x^2+2x-1)+(2x^2-3x+4)+(x^3-2+4x+3x^2)$

146. $(4a^3-5a^2b+7ab^2-9b^3)+(-2a^3+4a^2b-ab^2-4b^3)+(8ab^2-10a^2b+6a^3+10b^3)$

ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

(§§ 49—50).

147. $A-(m-n-p)$ $\quad 18-(x-7)$ $\quad 40-(-5+2a)$

148. $(2p^2-4p+8)-(p^2-5p-7)$ $\quad 3a^2-(2a^2+5b-c)$

149. Вычесть $-2y^2+y+6$ из $4x^2+y+5$

150. Вычесть $\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}$ из $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+1$

151. $x-y-2z-(4x-5y-6z)$

152. Упростить выражение:

$$x=(2a^2-2b^2+c^2)-(a^2-2b^2-c^2)+(3a^2+4b^2-3c^2)$$

РАСКРЫТИЕ СКОБОК И ЗАКЛЮЧЕНИЕ В СКОБКИ

(§§ 51—52)

Раскрыть скобки и упростить:

153. $x+[x-(x-y)]$ $\quad m-\{n-[m+(m-n)]+m\}$

154. $2a-(2b-d)-[a-b-(2c-2d)]$

155. $a-[a-(a-1)]$

156. $a+b-c-[a-(b-c)]-[a+(b-c)-(a-c)]$.

157. $a-(b-c)-[b-(c-a)]+[c-(b-c)-(a-c)]$

158. $(3x^2-4y^2)-(x^2-2xy+y^2)+[2x^2+2xy+(-4xy)+3y^2]$

159. Чтобы следующие равенства были верны, что нужно написать нутри скобок:

$$a+b-c=a+(\qquad) \qquad x+2y+3=x+(\qquad)$$
$$a-b+c=a-(\qquad) \qquad x-2y-3=x-(\qquad)$$

160. В многочлене $a-b-c+d$, не изменяя его численной величины: а) заключить в скобки три последних члена, поставив перед скобками знак —; б) заключить в скобки два последних члена, поставив перед скобками знак +; в) заключить в скобки два средних члена, поставив перед скобками знак — .

161. Что надо поставить внутри скобок:

$$5x^3-3x^2+x-1=5x^3-3x^2+(\qquad)$$
$$5x^3-3x^2+x-1=5x^3-(\qquad)$$

Решить следующие уравнения:

162. $2x-(x-2)=7$

163. $5x-\{8x-[16-6x-(4-5x)]\}=6$

164. $50-(3x-2)+(8x-4)=137+[5+(x-4)]$

УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

(§ 54)

165. $(5a^2b^3)(3ab^4c)$ $\qquad \left(\frac{3}{4}ax^3\right)\left(\frac{5}{6}ax^3\right)$

166. $(0{,}3abx)(2{,}7a^2bx^2)$ $\qquad (x+y)^2(x+y)^3$

167. $(a-b)^m(a-b)^n$ $\qquad \left(\frac{3}{7}mx^2y^3\right)^2$

168. $(2a^3bx^2)^3$ $\qquad (0{,}1x^my^3)^2$ $\qquad \left(\frac{1}{2}m^2n\right)^3$

169. $\left(3a^3bc^2\right)\left(-\frac{2}{3}a^4b^2c\right)$ $\qquad \left(-0{,}8x^3y\right)\left(-\frac{3}{8}xy^m\right)$

170. $(5a^mb^2)(-7ab^m)$ $\qquad \left(-\frac{5}{6}m^3n^4y^3\right)\left(-\frac{3}{7}mn^2y^3\right)$

171. $(-0{,}2a^3b^2)^2$ $\qquad (-0{,}1x^2y)^3$

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

(§ 55)

172. $(a-b+c)\,8$ $\qquad (m+n-p)\,0{,}8$

173. $(2x-3y+z)\,5\frac{3}{4}$ $\qquad (3a^2-2b^3+c)(2ab)$

174. $(5a-4a^2b+3a^3b^2-7a^4b^3)(5a^2b)$

175. $3a^2b(3a^3-4a^2b+6ab^2-b^3)$

176. $\left(\frac{2}{7}x^3y\right)\left(\frac{3}{4}x^2y^3z\right)\left(\frac{4}{5}x^2y^2-5xy^3\right)$

177. Упростить выражение:

$$(x^2-xy+y^2)z+(y^2-yz+z^2)x+(z^2-xz+x^2)y+3xyz,$$

оказать, что оно тождественно с выражением:

$$xy(x+y)+yz(y+z)+zx(z+x)$$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ, ДЛЯ РЕШЕНИЯ КОТОРЫХ ТРЕБУЕТСЯ ЗНАНИЕ УМНОЖЕНИЯ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

(После § 55)

178. $3(x-2)=2(x+3)$ $\qquad 5(x-2)=2(2x+1)$

179. $3(x+5)+2(2x-3)-x-9=0$

180. $7-5(x-2)=5-3(x+3)$

181. $6(1-x)+4=3(2-x)+4$

182. $3(x+2)-2(x-4)=21$

183. $3(x-1)+2(2x-2)-7+3x=0$

184. $10[x+(2+3x)-5]=8(x+2)+5(x-3)+158$

185. $3(2-3x)-2(5x-1)-3-2x=0$

186. $0=3(2-3x)-7(x-3)$

187. На заводе работали 760 человек, мужчин и женщин. Сколько

было тех и других, если по уходе 20 мужчин и стольких же женщин мужчин осталось вдвое больше, чем женщин?

188. Найти однозначное число, удовлетворяющее следующему требованию: если с левой стороны его приписать цифру 8, то образуется двузначное число, бо́льшее в $4\frac{1}{2}$ раза того двузначного числа, которое получится, если цифру 8 приписать не слева, а справа.

189. Сколько килограммов воды надо добавить к 80 *кг* 24-процентного раствора соли, чтобы получить раствор в 16%?

190. Некоторое шестизначное число начинается с цифры 1. Если эту цифру переставить на конец числа, то образуется такое число, которое в 3 раза больше прежнего. Найти число, изображаемое последними 5-ю цифрами прежнего числа.

Указание. Уравнение получается такое:

$$(100\,000+x)3=10x+1.$$

191. Внешние углы при гипотенузе прямоугольного треугольника относятся между собою, как 13 : 17. Определить внутренние углы этого треугольника.

192. 50 человек, мужчин и женщин, получили за свою работу 61 руб. Сколько было мужчин и сколько женщин, если каждый мужчина получил по 1 р. 30 к., а каждая женщина по 90 коп?

193. В кошельке было 60 монет, из которых некоторые были двугривенные, а остальные пятиалтынные. Сколько было тех и других, если все содержимое кошелька составляло 10 руб.

194. Велосипедист выезжает в полдень в место, отстоящее на 22 *км*, и должен приехать туда к 2 час. 30 мин. дня. По прошествии 1 часа 20 мин. равномерной езды он должен был остановиться на 20 мин для исправления повреждения. Чтобы прибыть все-таки в назначенное время (т. е. в 2 часа 30 мин. дня), он рассчитал, что остальную дорогу ему придется ехать со скоростью 12 *км* в час. Какова была начальная скорость его движения?

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

(§ 56)

195. $(a+b-c)\,(m-n)$ $\qquad$ $(4a+3b)\,(a+4b)$

196. $(2x+3y)\,(3x-2y)$ $\qquad$ $(2a-b)\,(3a+b^2)$

197. $\left(a+\frac{1}{2}b\right)\left(2a-b\right)$ $\qquad$ $(x^2+xy+y^2)\,(x-y)$

198. $(7x-8y)^2$ $\qquad$ $\left(0{,}3ax^2-\frac{1}{2}\right)^2$

199. $(y-1)\,(y^3+y^2+y+1)$ $\qquad$ $(x^2-1)^2$

200. $(x^2-2x-3)\,(2x-1)$ $\qquad$ $(x^2-xy+y^2)\,(x+y)$

201. $(15a^2-10b)\,(3a-2b)-(4a^2-5b)\,(5a-2b)$

202. $(x+a)\,(x+b)\,(x+c)$. Отсюда вывести, какой будет коэффициент при x в произведении $(x+2)\,(x-5)\,(x-11)$.

УМНОЖЕНИЕ РАСПОЛОЖЕННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

(§§ 57 — 60)

Расположить следующие многочлены по убывающим степеням бук x и сделать их умножение:

203. $24x+6x^2+x^3+60$ и $12x-6x^2+12+x^3$

204. $4x^2y^2+x^4+8xy^3-2x^3y+16y^4$ и $-2y+x$

205. $(x^5-x^3+x-1)(x^4+x^2-1)$

206. $(a^3-3a^2x+3ax^2-x^3)(a+x)$

207. $(3x^3-5x^2y+4xy^2-y^3)(2x^2-4xy+3y^2)$

208. $(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)(a+b)$

209. $(x^2+7x-4)(x^3-8x^2-2x+1)$

210. $(2x^2-5+4x)^2$

211. $(a^2+b^2-3ab)(-a^2-b^2-3ab)$

212. $(x^5-ax^4+a^2x^3-a^3x^2+a^4x-a^5)(x+a)$

213. В последнем примере какой будет высший и какой низший чл произведения? Какое число членов в произведении до соединения в н подобных членов? Какое число членов останется после приведени Почему в произведении не может быть меньше двух членов?

214. Не производя полного умножения в примере:

$$(x^4-3x^3+4x^2-2x+1)(x^4-x^3+3x^2-4x+2)$$

определить коэффициент при x^3 в произведении (после приведения в н подобных членов).

НЕКОТОРЫЕ ФОРМУЛЫ УМНОЖЕНИЯ ДВУЧЛЕНОВ.

(§§ 61 — 63).

а) 215. $(x+y)^2$; поверить при $x=3, y=2$; затем при $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{2}$

216. $(a+1)^2$ $(1+2a)^2$ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

217. $(2x+3)^2$ $(2x+3a)^2$ $(3x^2+2y^2)^2$

218. $(3a^2+1)^2$ $(0,1mx+5x^2)^2$

219. Как изменится квадрат какого-нибудь числа a, если оно увел чится на 1? Если увеличится на 2? Если увеличится на m?

220. Показать, что разность квадратов двух последовательных нат ральных чисел есть число нечетное.

б) 221. $(m-n)^2$; поверить: при $m=5$, $n=3$; при $m=\frac{1}{2}$, $n=\frac{1}{3}$.

222. $(5a-2)^2$ $(3x-2a)^2$ $\left(3a^2-\frac{1}{2}\right)^2$

223. $(2m-3n)^2$ $(3a^2x-4ay)^2$ $\left(0,2x^3-\frac{3}{8}\right)^2$

224. $\left(\frac{1}{2}x^2-3\frac{1}{2}x\right)^2$ $(0,25p-0,2q)^2$

225. Из формулы $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ вывести формулу д $(a-b)^2$, заменив в первой b на $-b$.

в) 226. $(m+n)(m-n)$; поверить при $m=10$, $n=2$.

227. $(a+1)(a-1)$ $\quad (2a+5)(2a-5)$

228. $(a^2+1)(a^2-1)$ $\quad \left(b-\frac{1}{2}\right)\left(b+\frac{1}{2}\right)$

229. $(2x-3)(3+2x)$ $\quad (a^2+1)(1-a^2)=(1+a^2)(1-a^2)=\ldots$

230. $\left(\frac{2}{3}a+\frac{2}{5}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{2}{5}b\right)$ $\quad (0{,}3x^2-10y)(0{,}3x^2+10y)$

231. $(a-2b)(2b+a)=(a-2b)(a+2b)=\ldots$

232. В формулу $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ подставить вместо a сумму $x+1$ и вместо b разность $x-1$ и результат упростить.

233. Выразить трехчлен $4x^2-2xy+3y^2$ в зависимости только от одного x, если известно, что $y=3x+2$. Результат упростить.

234. Пользуясь формулами для $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$, найти следующие квадраты:

101^2 $\quad 997^2$ $\quad 96^2$ $\quad 57^2$ $\quad 72^2$ $\quad 89^2$

Какой член надо добавить к следующим двучленам, чтобы сделать их квадратами суммы или разности двух чисел:

235. $a^2+2ab+?$ $\quad a^2+b^2+?$ $\quad a^2-2ab+?$

236. $x^2+4y^2+?$ $\quad 1+9a^4+?$ $\quad 0{,}09p^2+0{,}25q^2+?$

237. $x^2+4x+?$ $\quad m^2+5m+?$ $\quad x^2+px+?$

238. $x^4-6x^2+?$ $\quad 25m^2+120m+?$

239. $p^2-4p+?$ $\quad x^2-5x+?$ $\quad x^2-px+?$

240. $a^2b^2+2ab^2c+?$ $\quad 4x^2-4xy?$

Найти сокращенным путем следующие произведения:

241. $(x^2+1)(x+1)(x-1)$ $\quad (4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$

242. $(m+n-p)(m+n+p)$ $\quad [a+(b+c)][a-(b+c)]$

243. $[(a+b)+(c+d)][(a+b)-(c+d)]$

244. Упростить выражения:

$(a+b)^2+(a-b)^2$ $\quad (a+b)^2-(a-b)^2$

Показать, что следующие равенства суть тождества:

245. $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

246. $(x+2y)^2-(y+2x)^2=3(y^2-x^2)$

247. $2(a+b)^2-2(a-b)^2=(a+2b)^2-(a-2b)^2$

248. $(x-y)^2=(y-x)^2$ $\quad (a-1)^2=(1-a)^2$

249. $4(a+2b)(b+2a)=9(a+b)^2-(a-b)^2$

250. $(9x-1)^2-2(7x+3)^2=(x-9)^2-2(3x+7)^2$

Решить уравнения:

251. $(3+x)(3-x)=(2+x)^2-(2-x)^2-x(x+1)$

252. $2a^2-(a-x)^2+(2a-x)^2=0$

г) и д) Найти следующие кубы:

253. $(a+1)^3$ $\quad (a-1)^3$ $\quad (2x+3)^3$ $\quad (5-3x)^3$

254. $\left(\frac{1}{2}m-2\right)^3$ $\quad \left(\frac{3}{4}p+\frac{1}{3}q\right)^3$ $\quad (2{,}1-0{,}1x)^3$

255. 101^3 $\quad 99^3$ $\quad 49^3$ $\quad 98^3$ $\quad 27^3$

256. Из формулы $(a+b)^3=\ldots$ вывести формулу для $(a-b)^3$, заменив в первой b на $-b$.

257. И, наоборот, из формулы $(a-b)^3=\ldots$ вывести формулу для $(a+b)^3$, заменив в первой b на $-b$.

258. Произвести умножение:

$$(1+x)(1+y)(1+z);$$

затем, приняв, что $x=y=z$, вывести формулу для $(1+x)^3$.

ДЕЛЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

(§§ 64 — 67)

259. $10a^8:5 \qquad 15x^3:x^2 \qquad 8x^2y:4x$

260. $17a^3:(-a^2) \qquad 4a^8:2a^3 \qquad 10a^3b^2:2ab$

261. $8a^5x^3y:4a^3x^2 \qquad 3ax^3:(-5ax)$

262. $-5mx^3y^5:mx^3y \qquad -ab^3x^4:(-5ab^2x^2)$

263. $\frac{3}{4}a^4b^2c:7a^3b^2 \qquad -3{,}2x^4y^6z^3:\frac{3}{4}x^3y^5z^2$

264. $a^8b:\left(-\frac{5}{6}a^5b\right) \qquad 12a^mb^3:4ab$

265. $10(a+b)^3:2(a+b) \qquad (x-1)^4:\frac{1}{2}(x-1)^3$

Почему невозможно деление следующих одночленов:

266. $3a^2b:2abc \qquad 48x^5y^2:6x^3yz \qquad 20a^2b:4a^2b^3$

267. $8a^2b^4c:2a^3bc^2 \qquad 3(a+x)^4:(a+x)^5$

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

(§§ 68 — 69)

268. $(27ab-12ac+15ad):3a$

269. $(4a^2b+6ab^2-12a^3b^3):\frac{3}{4}ab$

270. $(36a^2x^5-24a^3x^4+4a^4x^3):4a^2x^3$

271. $(3a^2y+6a^2y^2+3a^2y^3-3a^2y^4):3a^2y$

272. $(3x^2-4x+1):x \qquad (ax^2+bx+c):x$

273. Почему невозможно деление:

$$a:(a+b) \qquad 2x:(x-1) \qquad (8a^2+3):(a^2+2a+1)$$

Как можно еще иначе обозначить частные?

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

(§§ 70 — 72)

274. $(x^2-3x-4):(x+1) \qquad (y^2-y-2):(y-2)$

275 $(x^2+3ax+2a^2):(x+a)$

276. $(6x^3+2-3x^2-4x):(2x-1)$

277. $(18x^5-54x^4-5x^3-9x^2-26x+16):(3x^2-7x-8)$

278. $(x^4\ \ldots -5x^2\ \ldots +4):(x^2-3x+2)$

279. $(3ax^5-15a^2x^4+6a^3x^3):(x^2-5ax+2a^2)$

280. $(x^6-a^6):(x^5+ax^4+a^2x^3+a^3x^2+a^4x+a^5)$

281. $(x^4-a^4):(x-a) \qquad (x^5+a^5):(x+a)$

282. Если двучлен p^4+4q^4 равен произведению двух множителей, из которых один есть $p^2-2pq+2q^2$, какой будет другой множитель?

Найти частное и остаток от деления:

283. $(-5x^3+4x^2-3x+2):(4x^2-3x+1)$

284. $(4x^4-5x^3+x^2-x+2):(-2x^2+x+1)$

285. Убедиться, что остаток от деления:

$$(ax^4+bx^3+cx^2+dx+e):(x-1)$$

равен делимому, в котором x заменен на 1, т. е. что остаток равен

$$a+b+c+d+e$$

286. Убедиться, что остаток от деления:

$$(x^3-2ax^2+3a^2x-a^3):(x-a)$$

равен делимому, в котором x заменен на a, т. е. что он равен

$$a^3-2a^3+3a^3-a^3=a^3$$

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

(§ 75)

а) 287. $2a+2x$ $\quad ax+ay$ $\quad 4y^2-6xy$

288. $ab+ac$ $\quad 3x+3y-3z$ $\quad 5a^2-3a^3+a$

289. $4ax-2ay$ $\quad 6x^2y-9xy^2$

290. $12a^3b-9a^2b^2+6ab^3$ $\quad xy^2-7xy+4x^2y$

291. $y^2+y(x+y)$ $\quad 3a(b-c)-4(b-c)$

292. $2x(x+y)-2x^2$ $\quad (x+2)^2-2(x+2)$

293. $4(a-b)^2x-12(a-b)x$ $\quad (a+2b)(a+b)-(2a+b)(a+b)$

294. $(x+y)(b-c)+(x+y)(c-a)+(x+y)(a-b)$

295. $(x+2)(x+3)(x+4)^2-(x+1)(x+2)(x+3)^2$

296. $2(x+y)-x-y$ $\quad a(p-q)-p+q$

б) 297. m^2-n^2 $\quad a^2-1$ $\quad 1-a^2$

298. x^2-4 $\quad m^2-9$ $\quad 4x^2-y^2$

299. $9-4a^2b^2$ $\quad y^2-\frac{1}{16}$ $\quad \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$

300. $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{9}y^6$ $\quad 0,01a^6-9$ $\quad 3a^5-48ab^8$

301. $4a^2(2x-y)^2$ $\quad (a+b)^2-c^2$ $\quad (x-y)^2-a^2$

302. $1-(3p+q)^2$ $\quad 80a^2-5b^2$

303. $(x-y)^2-a^2$ $\quad 9(a+2b)^2-1$ $\quad a^2-(b+c)^2$

304. xy^3-x^3y $\quad 2x^4-32y^4$ $\quad a^2-(b-c)^2$

305. $(x+y)^2-(x-y)^2$ $\quad 16x^2-4(x+y)^2$

306. $4(a+b)^2-(x-y)^2$ $\quad a^8-b^8$ (на 4 множителя).

307. Упростить и вычислить:

$$8,37^2-8,27^2$$

308. a^2-b^2+a+b $\quad (a+2b-c)^2-(3b-2c)^2$

309. Что надо приложить к выражению

$$(x-2y+z)^2,$$

чтобы получить

$$(x+y-2z)^2$$

310. Не производя деления, убедиться, что выражение

$$(3x^2-4x+6)^2-(2x^2+9x-1)^2$$

делится на

$$x^2+x+1$$

в) 311. $x^2-2xy+y^2$ m^2+n^2+2mn
312. $2ab+a^2+b^2$ $a^4-4a^2b+4b^2$
313. $x^2+8x+16$ x^2+1+2x
314. a^2+4-4a $a^2+a+\frac{1}{4}$
315. $a^4-2a^2b+b^2$ $-a^4-b^2+2a^2b$
316. $25x^4+30x^2y+9y^2$ $0{,}01a^2b^2-0{,}2ab+1$
317. $5a^3-20a^2b+20ab^2$ $(x+1)^2+2(x+1)+1$
318. $(a+b)^2+4+4(a+b)$

г) 319. $a^2+2ab+b^2-c^2$ $a^2+b^2-2bc-c^2$
320. $x^2+2x+1-y^2$ m^2-n^2-2n-1
321. $px-p+x-1$ $a^2-4b^2-12b-9$
322. $(x+y)^2-2(x+y)$ $2pq-q^2-2px+qx$
323. $ax+bx+ay+by$ x^3+x^2+x+1
324. $6xy+cd+3cy+2dx$ $ac-ad+bd-bc$
325. $ax+ay-bx-by$ $3x-3y+ax-ay$
326. $a^2+ab-a-b$ $x^2-2xy+y^2+x-y$
327. $4a^2-b^2+2bc-c^2$ $xz-3y-3z+xy$
328. $4mn+xy-2nx-2my$ $ab+ac-b^2+c^2$
329. $8a^3-12a^2-18a+27$ (на 3 множителя)
330. $ax-ay+bx+cy-cx-by$
331. $a(b^2-1)-b(a^2-1)$ $a^2(b-c)-a(b^2-c^2)$
332. Разложить

$$4\pi a^2-4\pi b^2$$

и затем вычислить, принимая

$$a=2{,}657,\quad b=2{,}643 \quad \text{и} \quad \pi=3{,}14$$

ПРИВЕДЕНИЕ ЧЛЕНОВ ДРОБИ К ЦЕЛОМУ ВИДУ

(§ 78)

333. $\dfrac{\frac{5}{7}x}{y}$, $\dfrac{0{,}3ab}{m}$, $\dfrac{a^2}{1\frac{3}{8}b}$, $\dfrac{m}{2{,}36n}$

334. $\dfrac{\frac{3}{4}ab}{\frac{5}{6}x^2}$, $\dfrac{3\frac{1}{2}a^3}{2\frac{3}{4}b}$, $\dfrac{3x-\frac{1}{4}}{a-b}$

335. $\dfrac{2\frac{1}{8}(a+b)}{4\frac{1}{4}}$, $\dfrac{3a-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{6}a}$

336. $\dfrac{ax+b+\frac{c}{x}}{ax+1}$, $\dfrac{1+\frac{a}{x}-\frac{b}{x^2}}{1}$

ПЕРЕМЕНА ЗНАКОВ У ЧЛЕНОВ ДРОБИ

(§ 79)

Переменить знаки у числителя и знаменателя дробей:

337. $\frac{1-x}{-x}$; $\frac{-3a^2}{a-b}$; $\frac{1-a}{2-b}$

338. $\frac{-a^2-b^2+2ab}{b-a}$; $\frac{1-m^2}{-m+1}$

Верны ли и почему следующие преобразования:

339. $\frac{a-b}{c}=\frac{-a+b}{-c}=-\frac{a-b}{-c}=-\frac{b-a}{c}=-\frac{-(b-a)}{-c}$

340. $\frac{x}{(a-b)(b-c)(c-a)}=\frac{x}{(a-b)(b-c)(a-c)}$

341. Не изменяя величины дробей, поставить знак — перед каждою обью:

$\frac{-3a}{6}$; $\frac{5x^2}{-3}$; $\frac{1-a}{b}$; $\frac{a}{2-x}$; $\frac{m^2-n^2}{n-m}$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

(§ 80)

342. $\frac{7}{7x}$; $\frac{2m}{3m^2}$; $\frac{4a^2b}{6ab^2}$; $\frac{42x^3y^2}{112x^2y}$

343. $\frac{12ab}{8ax}$; $\frac{3a^2bc}{12ab^3}$; $\frac{48a^3x^2y^4}{45a^2xy}$

344. $\frac{ab}{a^2+ab}$; $\frac{9xy}{3x^2-3xy}$; $\frac{4a+8}{4a-8}$

345. $\frac{a^2+a}{a^2-a}$; $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$; $\frac{a^2+a}{a^2-1}$

346. $\frac{2x+2y}{3x+3y}$; $\frac{b+b^2}{a+ab}$; $\frac{x-y}{3y-3x}$

347. $\frac{x(x-1)^2}{2x^2(x-1)(x+1)}$; $\frac{ax+x^2}{3bx-cx^2}$; $\frac{5a^2+5ax}{a^2-x^2}$

348. $\frac{(3x-3y)^2}{3y^2-3x^2}$; $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$; $\frac{n^3-2n^2}{n^2-4n+4}$

349. $\frac{(a+b)^2(a-b)^2}{a^2-b^2}$; $\frac{p^2-1}{(1+py)^2-(p+y)^2}$

ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ

(§ 81)

350. $\frac{3}{a}$, $\frac{4}{6}$; $\frac{x}{3y}$, $\frac{y}{4x}$; $\frac{x}{4}$, $\frac{4}{x}$

2 3 1 $7x$ 2 $4b^2$

$3a^2bc \quad 4mx^2y \quad 4ab \quad 8a^3b^2$

353. $2a, \ \frac{a^2}{x}$ (представить $2a$ дробью $\frac{2a}{1}$)

354. $\frac{3}{8ab}, \ 3x, \ \frac{a}{5x^3}$ (представить $3x$ дробью $\frac{3x}{1}$)

355. $\frac{1}{a+b}, \ \frac{1}{a-b} \qquad \frac{a}{1-x}, \ \frac{b}{1+x}, \ \frac{c}{1+2x}$

356. $\frac{x+y}{10a}, \ \frac{x-y}{15a} \qquad \frac{a}{16mx^3}, \ \frac{a+b}{2x}, \ \frac{a-b}{4m}$

357. $\frac{x+y}{2x-2y}, \ \frac{x-y}{3x+3y} \qquad \frac{1}{m+1}, \ \frac{2}{m^2-1}, \ \frac{3}{m-1}$

358. $\frac{2a}{x^2-2x+1}, \ \frac{3a}{x-1} \qquad \frac{1}{x-1}, \ \frac{2}{2x-1}, \ \frac{1}{(x-1)(2x-}$

359. $\frac{x}{28a^3b^2}, \ \frac{y}{21a^2b} \qquad \frac{a-b}{b}, \ \frac{2a}{a-b}, \ \frac{1}{a^2-b^2}$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

(§ 82)

360. $\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c} \qquad \frac{2}{x^2}+\frac{5}{3x} \qquad \frac{a-1}{2}-\frac{2x+3}{4}$

361. $a+\frac{a}{2} \qquad a-\frac{a}{2}$ (изобразить a дробью $\frac{a}{1}$)

362. $1-\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}$ (изобразить 1 дробью $\frac{1}{1}$)

363. $x-\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}$ (изобразить x дробью $\frac{x}{1}$),

364. $1+\frac{x-1}{2} \qquad x-\frac{2(3-x)}{3} \qquad 1-\frac{2(x-1)}{3}$

365. $\frac{a}{xy}+\frac{b}{xz}+\frac{c}{yz} \qquad \frac{1}{2x}+\frac{5}{6x}+\frac{3}{4x}$

366. $\frac{13x-5a}{4}+\frac{7x-2a}{6} \qquad \frac{2x-1}{2}-\frac{2x+3}{4}$

367. $\frac{1}{x+y}+\frac{2y}{x^2-y^2} \qquad \frac{a}{a+z}+\frac{b}{a-z}$

368. $\frac{1+3x}{1-3x}-\frac{1-3x}{1+3x} \qquad 1-\frac{x-y}{x}$

369. $\frac{8-x}{6}+x+\frac{5}{3}-\frac{x+6}{2}+\frac{x}{3}$

370. $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a^2}$

371. $\frac{a^2}{(a+b)^3}-\frac{ab}{(a+b)^2}+\frac{b}{a+b}$

372. $\frac{5}{1+5a}-\frac{3}{1-5a}+\frac{10(5a^2+2a)}{1-25a^2}$

373. $1+2x \qquad 1-2x \qquad 4x^2-1$

374. $\frac{a^2+ab}{a^2b-b^3}+\frac{ab-a^2}{a^2b+ab^2}+\frac{2a^2}{ab^2-a^3}$

375. $\frac{2ab}{a^2-b^2}+\frac{b}{a^2+ab}-\frac{a+b}{a^2-ab}$

376. В трехчлене

$$x^2+2xy+3y^2$$

подставить вместо x и y выражения:

$$x=a+\frac{1}{a} \quad y=a-\frac{1}{a}$$

упростить результат, приведя его к дроби с знаменателем a^2.

377. Во что обратится дробь

$$\frac{m-x}{n-1},$$

если вместо x подставить

$$\frac{mn}{m+n}?$$

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

(§§ 83—85)

378. $-\frac{3x}{5a}\cdot\frac{10ab}{7x^3} \qquad \frac{1-a}{5x^3}\cdot\frac{x^3}{1-a^2}$

379. $\frac{4x^2y^2}{15p^4q^3}:45p^2q^2 \qquad \frac{x^2-1}{3}\cdot\frac{6a}{x+1}$

380. $\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x+2}{x^2-1}\cdot\frac{x-1}{(x+2)^2} \qquad (x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

381. $\left(a+\frac{ab}{a+b}\right):\left(b-\frac{b^2}{a+b}\right) \qquad \frac{3a^2b^3}{4x^2y^2}:\frac{4a^4b^3}{3x^4y^3}$

382. $\frac{4a}{2a-2}:\frac{2a}{a-1} \qquad \frac{12a^4b^2}{5mp}:4ab^2$

383. $81a^3b^2:\frac{27ab^2}{5x^2y} \qquad \frac{8-2a^4}{3ab}:(2+a^2)$

384. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}:\frac{5a^2+5b^2}{a+b} \qquad \left(x+\frac{xy}{x-y}\right):\left(x-\frac{xy}{x+y}\right)$

385. $\frac{4x^3-xy^2}{(x+y)^2-x^2}:\left(\frac{2x}{y}-1\right)$

ОСВОБОЖДЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ОТ ЗНАМЕНАТЕЛЕЙ

(§ 86)

386. $2=\frac{1}{x}$.

387. $\frac{3}{x}=\frac{1}{5}$ $\qquad \frac{2,5}{x}=3,75$

388. $\frac{2x+1}{2}=\frac{7x+5}{8}$ $\qquad x+\frac{11-x}{3}=\frac{26-x}{2}$

389. $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}=\frac{5x-36}{4}-1$ $\qquad \frac{7x}{8}-5=\frac{9x}{10}-8$

390. $3x-4-\frac{4(7x-9)}{15}=\frac{4}{5}\left(6+\frac{x-1}{3}\right)$

391. $\frac{5x-3}{7}-\frac{9-x}{3}=\frac{19}{6}(x-4)+\frac{5}{2}x$

392. $2x-\frac{19-2x}{2}=\frac{2x-11}{2}$

393. $x+\frac{3x-9}{5}=11-\frac{5x-12}{3}$

394. $\frac{2(x-4)}{5}-\frac{2x-3}{10}=\frac{4x+1}{5}+1$

395. $\frac{x+7}{4}-\frac{2(x+1)}{10}-\frac{3x-22}{5}=1$

396. $\frac{x-1}{7}+\frac{23-x}{5}=2-\frac{4+x}{4}$

397. $\frac{x(3x+1)}{2}-\frac{x(2x+1)}{3}+\frac{(x+1)x}{12}=x^2+\frac{2}{15}-\frac{x(x+5)}{12}$

398. $\frac{x-m}{m-n}-\frac{x-m}{m+n}=\frac{2mx}{m^2-n^2}$.

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ДРОБНЫМИ ЧЛЕНАМИ

(После § 86)

399. Переднее колесо экипажа имеет в окружности 36 *дм*, а заднее 44 *дм*. На расстоянии от места *A* до места *B* переднее колесо сделало на 387 оборотов больше, чем заднее. Как велико расстояние от *A* до *B*?

400. Рабочий, направляясь на фабрику, отстоящую от его квартиры на 3 *км*, идет некоторое расстояние пешком со скоростью 4 *км* в час, а затем садится на трамвай, идущий со скоростью 8 *км* в час. Какое расстояние прошел он пешком, если на фабрику прибыл через 25 мин. после выхода из квартиры (квартира рабочего, место остановки трамвая, на которой он сел в вагон, и фабрика расположены на одной прямой линии).

401. Пешеход и велосипедист отправились одновременно по одной и той же дороге. Пешеход в каждый час проходил по 5 *км*, велосипедист в каждый час проезжал по 8 *км*. По дороге велосипедист остановился на $\frac{1}{2}$ часа и все-таки прибыл к месту назначения на 1 час ранее, чем пешеход, прибывший к тому же месту. Как велик весь путь, пройденный ими?

402. Некто зашел на картинную выставку, заплатив за вход 1 руб. На выставке он приобрел картину, заплатив за нее $\frac{1}{3}$ всей суммы денег, которая была при нем до входа на выставку; кроме того ему пришлось заплатить извозчику 50 коп. Сосчитав дома оставшиеся деньги, он увидал, что осталась ровно половина того, что он имел. Сколько денег имел он?

403. Велосипедист проехал некоторое расстояние со скоростью 8 *км* в час. Возвратиться он должен был другой дорогой, которая была на 3 *км* длиннее первой, и хотя он, возвращаясь, ехал со скоростью 9 *км* в час, он употребил времени на возвращение более на $7\frac{1}{2}$ минут. Как велики были обе дороги?

404. Рабочий был подряжен на 70 дней с условием, что за каждый рабочий день он получит 2 руб., но за каждый день прогула с него будут вычитать по 50 коп. Сколько дней он проработал из этих 70 дней, если при расчете ему пришлось получить $102\frac{1}{2}$ руб.?

405. На концерт было продано 80 билетов, частью по $3\frac{1}{2}$ руб., частью по $2\frac{1}{2}$ руб. Сколько было продано тех и других билетов, если вся выручка составляла 230 руб.?

406. Между двумя городами A и B проходят 2 железные дороги, из которых одна длиннее другой на 7 *км*. Из города A одновременно вышли к городу B два поезда: один по более длинной дороге, другой по более короткой. Средняя скорость движения первого поезда была 50 *км* в час, второго 48 *км* в час. Первый поезд пришел в город B на 3 минуты позже второго поезда. Определить длины обеих железных дорог.

407. Если поезд, идущий из города A в город B, уменьшит скорость движения на 10 *км* в час, то время, в течение которого он пройдет расстояние от A до B, увеличится на 25%. Найти скорость движения.

Решение. Особенность этой задачи состоит в том, что расстояние между городами A и B не влияет на величину искомой скорости. Действительно, положим, что искомая скорость будет x *км* в час и расстояние между городами y *км*; тогда уравнение, очевидно, будет:

$$\frac{y}{x}=\frac{y}{x-10}-\frac{y}{x}\cdot\frac{25}{100}.$$

Разделив все члены этого уравнения на y (по смыслу задачи $y\neq 0$), получим уравнение с одним неизвестным x:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{x-10}-\frac{1}{4x}.$$

Приведя теперь все дроби к общему знаменателю $4x(x-10)$ и отбросив его, найдем:

$$4x-40=4x-x+10;\quad \text{откуда } x=50.$$

408. Один катет прямоугольного треугольника увеличился на $x\%$, а другой уменьшился на $y\%$, причем площадь тр-ка не изменилась. Выразить x в зависимости от y.

Указание. Обозначив катеты a и b, можно составить уравнение, в котором a и b сокращаются. Из этого уравнения находим:

$$x = \frac{100y}{100 - y}.$$

СВОЙСТВА ОТНОШЕНИЙ

(§§ 87—91)

409. Чему равно отношение километра к метру? Отношение метра к километру?

410. Найти отношение площади квадрата со стороною в 5 *м* к площади другого квадрата со стороною 10 *м*?

411. Отношение площадей двух участков земли есть число $\frac{2}{3}$. Как это надо понимать?

412. Население одного города за последнее десятилетие изменилось в отношении 3 : 4. Как это понимать?

413. Найти x из следующих отношений:

$$x : 0{,}8 = 3 \qquad 50 : x = 7\frac{1}{2}$$

414. Следующие отношения освободить от дробей:

$$\frac{7}{8} : 2 \qquad 1\frac{3}{5} : 3 \qquad 8 : 0{,}2 \qquad \frac{2}{5} : \frac{5}{7} \qquad 0{,}8 : 0{,}25$$

415. Найти отношения, обратные следующим:

$$36 : 9 \qquad 5 : 2 \qquad 3 : 4 \qquad 0{,}8 : 2{,}5$$

СВОЙСТВА ПРОПОРЦИЙ

(§§ 92—95)

Найти неизвестные члены пропорций:

416. $0{,}7 : x = \frac{1}{2} : 5 \qquad a : b = x : d$

417. $\frac{2(a-b)}{x} = \frac{2}{a+b} \qquad \frac{a+b}{\frac{1}{3}} = \frac{x}{a+b}$

418. $\frac{15a^3b}{x} = \frac{5}{2ab^2} \qquad \frac{0{,}8mn}{2m+n} = \frac{2m-n}{x}$

419. Найти четвертое пропорциональное к трем числам: $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.

Составить пропорции из следующих равенств:

420. $5 \cdot 6 = 15 \cdot 2 \qquad 7x = 3 \cdot 11 \qquad (a-1)x = (a+1)(b+1)$

421. $a^2x = by$ $\qquad 9c^2 = 5a$ $\qquad x^2 = ab$

422. Сделать всевозможные перестановки членов в пропорциях:

$$100 : 25 = 8 : 2; \qquad m : n = p : q.$$

423. Сколько пропорций можно получить из одной пропорции путем перестановки ее членов?

СРЕДНЕЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ И СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

(§§ 96 — 97)

424. Найти среднее геометрическое чисел:

9 и 4 $\qquad$ 32 и 2 $\qquad$ 25 и 4 $\qquad$ $8a$ и $2a$

425. Для тех же чисел найти среднее арифметическое и убедиться, что оно больше их среднего геометрического.

426. Из пропорции $(b - 4a) : (b + 4a) = 1 : 2$ найти отношение $b : a$ и затем отношение $(3b + 5a) : (3b - 5a)$.

ПРОИЗВОДНЫЕ ПРОПОРЦИИ

(§§ 98 — 101)

Пользуясь производными пропорциями и свойством равных отношений, решить следующие уравнения:

427. $\frac{x}{10} = \frac{10 - x}{25}$ $\qquad \frac{a}{a - x} = \frac{b}{x}$ $\qquad \frac{10 - x}{5} = \frac{x}{20}$

428. $\frac{10 + x}{x} = \frac{17}{12}$ $\qquad \frac{x}{8 - x} = \frac{10}{3}$ $\qquad \frac{a + x}{a - x} = \frac{m}{n}$

429. $\frac{1 + x}{1 - x} = \frac{a}{b}$ $\qquad \frac{a - x}{b - x} = \frac{a + x}{b + x}$

430. Из пропорции:

$$\frac{y - x}{x + y} = \frac{b}{a}$$

вывести новую пропорцию:

$$\frac{x}{y} = \frac{a - b}{a + b}.$$

431. Разделить 25 на 2 части в отношении $2 : 3$.

432. То же 91 в отношении $8 : 5$.

433. Разделить 120 на 3 части пропорционально числам $4 : 5 : 6$.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ (ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ)

(§§ 102 — 105)

434. В какой зависимости находятся при равномерном движении:

а) пространство, проходимое в данное время, и скорость движения;

б) время, в течение которого проходится данное пространство, и скорость движения;

в) пространство и время, в течение которого оно проходится (при данной скорости)?

Замечание. Эти зависимости легко усматриваются из формулы равномерного движения: $e = vt$, где e пространство, v скорость движения и t время, в течение которого пройдено пространство.

435. В какой зависимости находятся:

а) площадь прямоугольника и его основание (при неизменной высоте);

б) площадь и высота (при неизменном основании);

в) основание и высота (при неизменной площади)?

Замечание. Эти зависимости можно вывести из формулы, определяющей площадь прямоугольника: $p = bh$, где p площадь, b основание и h высота.

436. Будут ли пропорциональны друг другу следующие пары переменных величин:

а) дуга окружности и центральный угол, опирающийся на нее;

б) хорда и центральный угол, опирающийся на нее;

в) длина окружности и ее радиус;

г) площадь квадрата и его сторона;

д) площадь круга и его радиус;

е) начальный капитал и процентные деньги, получаемые с него в год по неизменной таксе;

ж) процентные деньги и время, в течение которого они получаются с неизменного капитала по неизменной таксе?

437. Если две переменные величины x и y прямо пропорциональны, причем известно, что $y = 3$, если $x = 2$, то каков будет коэффициент пропорциональности этих величин?

438. Если величина z прямо пропорциональна величине y, причем $z = 5$, если $y = 2$, то чему равен z, если $y = 3$; $2\frac{1}{2}$; 1?

439. Если y прямо пропорционален дроби $\frac{1}{x}$, причем $y = 3$, когда $x = 2$, то каково будет значение y, если $x = 5$; $x = 4$?

440. Показать, что высоты треугольника обратно пропорциональны сторонам, на которые они опущены.

441. Если зависимость между переменными величинами y и x определяется уравнением: $y = ax + b$, где a и b какие-нибудь постоянные числа, то пропорциональны ли эти переменные величины?

442. Сила f взаимного протяжения двух масс m и m', удаленных друг от друга на расстояние d, выражается формулой:

$$f = k \cdot \frac{m m'}{d^2},$$

где k есть постоянный коэффициент. Вывести из этой формулы, чему сила f прямо пропорциональна и чему обратно. Какое значение имеет здесь коэффициент k?

443. Две переменные величины x и y прямо пропорциональны; что можно сказать об их обратных значениях $\left(\frac{1}{x} \text{ и } \frac{1}{y}\right)$?

444. То же, если x и y обратно пропорциональны.

445. Из формулы $d = k \cdot \frac{m}{v}$, где d есть плотность какого-нибудь

ела, m его масса, v объем и k постоянный коэффициент, вывести, в какой зависимости находятся следующие пары переменных величин:

а) d и m б) d и v в) m и v

рассматривая изменение двух величин, надо предполагать, что третья величина не изменяется).

ГРАФИКИ НЕКОТОРЫХ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

(§ 107)

446. В настоящем году в школе состоит учеников: в 1-м классе 40, во 2-м 35, в 3-м 32 и в 4-м 28. Изобразить графически распределение учеников по классам (напр., принимая 1 *мм* за единицу).

447. Изобразить посредством секторов сравнительную величину океанов, зная, что

Великий океан занимает	175 млн *кв. км*
Атлантический океан	90 " " "
Индийский	75 " " "
Южный Ледовитый	15 " " "
Северный Ледовитый	11 " " "

Замечание. Так как сумма указанных чисел равна 366, что для круглого счета можно принять за 360, то 1 миллион *кв. км* соответствует сектору в 1°.

448. За пятилетие 1908—1912 гг. смертность на 1000 жителей в *Европ. России* и западно-европейских государствах в среднем была:

Россия 28, Венгрия 24,6, Испания 23,2, Австрия 21,9, Италия 21, Франция 18,6, Германия 16,8, Бельгия 15,9, Швейцария 15,8, Англия 14,3, Швеция 14,1, Норвегия 13,6, Дания 13,4.

Выразить это графически посредством вертикальных столбиков.

449. Известно, что 5 частей света имеют следующие размеры (приблизительно):

Азия	44 млн *кв. км*
Америка	42 " " "
Африка.............	30 " " "
Европа	10 " " "
Австралия	9 " " "

Выразить эти числа наглядно посредством прямоугольников с одинаковыми основаниями, но с различными высотами.

450. Температура тропического моря на различных глубинах следующая:

50 *м* глубины	+ 15,9°	350 *м* глубины	+ 3,4°
100 " "	+ 10,1°	450 " "	+ 2,7°
150 " "	+ 7,1°	550 " "	+ 2,3°
200 " "	+ 5,4°	650 " "	+ 2,0°
250 " "	+ 4,5°	750 " "	+ 1,8°
		1150 " "	+ 1,8°

Выразить это изменение температуры графически посредством перпендикуляров, проведенных к горизонтальной прямой на равных друг от

друга расстояниях (соответствующих 50 *м* глубины). Верхние концы перпендикуляров соединить ломаной линией. Найти приблизительную температуру на глубине 300 *м*, 400 *м*, 1000 *м*.

451. Средняя температура почвы (в Ленинграде в декабре) по мере углубления в землю выражается в градусах такою таблицей:

у поверхности земли		— 5,9°
на глубине	0,40 *м*	— 2,8°
„ „	0,80 „	— 0,6°
„ „	1,60 „	+ 3,7°
„ „	3,20 „	+ 6,4°

Изобразить это графически.

452. Наблюдая в начале каждого часа дня температуру воздуха, нашли следующие числа: в 9 час. утра — 2°, в 10 час. — $1\frac{1}{2}$°, в 11 час. — $\frac{1}{2}$°, в полдень + $\frac{1}{2}$°, в 1 час + $1\frac{1}{2}$°, в 2 часа + 2°, в 3 часа + 3°, в 4 часа + 2°, в 5 час. + 1°, в 6 час. 0°, в 7 час. — 2°, в 8 час. — $2\frac{1}{2}$° и в 9 час. вечера — 3°. Построить график этой температуры, откладывая на оси x-ов время (принимая $\frac{1}{2}$ *см* за час) и на оси y-ов температуру (принимая 1 *см* за градус).

453. В одном селении во время эпидемии заболело: 1 августа 5 чел., 2-го 7 чел., 3-го 9 чел., 4-го 10 чел., 5-го 8 чел., 6-го 4 чел., 7-го 2 чел. Построить график заболеваемости за неделю с 1-го по 7 августа включительно.

454. Средняя температура в Ленинграде изменялась по месяцам так:

Январь.	Февраль.	Март.	Апрель.	Май.	Июнь.	Июль.	Август.	Сентябрь.	Октябрь.	Ноябрь.	Декабрь.
—9,4;	—8,6;	—4,6;	+2,1;	+8,8;	+14,9;	+17,8;	+16,2;	+10,8;	+4,5;	—1,5;	—6,6

Выразить это графически.

КООРДИНАТЫ ТОЧКИ

(§ 108)

Указать на чертеже точки по следующим координатам:

455. (2, 3) (3, 2) (2, — 3) (— 3, 2) (— 3, — 2).

456. $\left(0, 2\frac{1}{2}\right)$ $\left(0, -2\frac{2}{2}\right)$ $\left(3\frac{1}{2}, 0\right)$ $\left(-3\frac{1}{2}, 0\right)$ $\left(0, 0\right)$

457. Начертить геометрическое место точек, у которых абсциссы равны соответствующим ординатам.

458. То же для точек, у которых абсциссы равны по абсолютной величине своим ординатам и по знаку им противоположны.

ГРАФИК ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

(§§ 109 — 112)

459. Предполагая скорость v равномерного движения неизменною, выразить графически пространство e, как функцию времени t (именно, $e = vt$), принимая t за переменную абсциссу, а e за переменную ординату.

460. Процентные деньги, получаемые за t лет с капитала a руб., отданного по $p^0/_0$ в год, можно находить по формуле (обозначая процентные деньги буквой y):

$$y = \frac{apt}{100}$$

Принимая t за переменную независимую величину, построить график функции y при $a = 200$ и $p = 3$.

461. На том же чертеже построить графики, принимая попрежнему $a = 200$, но p считать равным 4, потом $p = 5$.

462. При свободном падении тела скорость v, выраженная в метрах в секунду, может быть выражена формулой: $v = gt$, где t означает число секунд, протекшее от начала падения, а g есть ускорение при падении, равное 9,8 *м* в секунду.

Выразить графически v, как функцию времени t (принимая сантиметр за единицу абсциссы t и миллиметр за единицу ординаты v).

463. Построить графики функций:

$$y = \frac{4}{x} \qquad y = \frac{\frac{1}{3}}{x}$$

464. Построить график функции $y = \frac{2,1}{y}$, давая x значения: 5; 4; 3; 2; 1; 0; 0,7; 0,5; 0,4 и такие же отрицательные значения (за единицу принять сантиметр). По начерченному графику определить величину y, если: 1) $x = -2,2$ и 2) $x = 3,4$.

465. Построить график зависимости $xy = 3,5$ (т. е., другими словами, график функции $y = \frac{3,5}{x}$) между $x = 7$ и $x = -7$.

ГРАФИК ДВУЧЛЕНА ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 115 — 117)

466. Если x есть число градусов, указываемое термометром Цельсия, а y число градусов, указываемое при тех же температурных условиях термометром Фаренгейта, то зависимость между этими числами может быть выражена такой формулой:

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

Построить график этого двучлена, принимая x за абсциссу, а y за ординату (за единицу абсцисс можно принимать сантиметр или полсантиметра, а за единицу ординат 1 *мм*).

467. Каждый рубль капитала, отданного по $p^0/_0$, приносит в год до-

хода $\frac{p}{100}$ руб., а в x лет доход составляет $\frac{p}{100} \cdot x$ (руб.); следовательно, через x лет каждый рубль обратится (если проценты присчитываются к капиталу) в $1 + \frac{p}{100} \cdot x$ (руб.). Таким образом, обозначая буквою y величину **наращенного рубля**, мы можем написать формулу:

$$y = 1 + \frac{p}{100}x.$$

Построить график этого двучлена, принимая $p = 5$ (за единицу абсцисс и ординат можно взять 2 *см*).

468. Тело, брошенное вертикально вверх со скоростью, положим, 100 *м* в секунду, движется вверх все медленнее и медленнее, так что по прошествии t секунд от начала движения его скорость v (в сантиметрах в секунду) выражается формулой:

$$v = 10\,000 - 980t$$

Построить график этого двучлена для $t = 0,\ 1,\ 2,\ 3 \ldots\ 10$.

ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОЙ ПО ДВУМ ТОЧКАМ

(§ 118)

Построить прямые, выражающие функции:

469. $y = 1 + x \qquad y = 2x - 3 \qquad y = \frac{1}{2}x + 3$

470. $y = -\frac{1}{2}x + 3 \qquad y = \frac{3}{5}x - \frac{3}{8} \qquad y = 0{,}7x + 2$

471. Построить прямые, выражаемые уравнениями:

а) $3y + x = 0$ б) $x + y + 5 = 0$ б) $7x + 3y = 18$

(надо предварительно решить уравнения относительно y).

472. Начертить графики следующих двух функций (на одном и том же чертеже и при одной и той же единице длины):

$$y = 2 - 3x \qquad y = \frac{1}{3}x - 1$$

Определить координаты точки пересечения прямых и подставить их в уравнения с целью проверки.

473. Проверить графически, что три прямые, выражаемые уравнениями:

$$2x + 3y = 13 \qquad 5x - y = 7 \qquad x - 4y + 10 = 0$$

пересекаются в одной точке.

474. Как можно по первому взгляду решить, что две линейные функции выражаются графически двумя **параллельными** прямыми?

475. Сколько значений линейной функции $y = ax + b$ надо задать, чтобы функция была вполне определена (т. е. чтобы коэффициенты a и b были определены)? Ответ истолковать геометрически.

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ

(§ 119)

Решить графически (двумя способами) следующие уравнения (и найденные решения сравнить с вычисленными):

476. $10-3x=2x-2{,}5 \qquad 2x+1=\frac{1}{2}x-3\frac{1}{2}$

477. $0{,}2x=8{,}8-2x \qquad \frac{x-1{,}4}{2}-\frac{0{,}7-x}{3}=0$

ПОСТОРОННИЕ КОРНИ

(§ 124)

Решить следующие уравнения и испытать полученные корни с целью определить, не посторонние ли они:

478. $\frac{2x-3}{3x-4}=\frac{4x-5}{6x-7} \qquad \frac{x+2}{x-2}+6\frac{8}{9}=5\frac{7}{18}$

479. $\frac{x}{x-1}-\left(1+\frac{2}{x}\right)=0 \qquad \frac{2x+1}{(x+2)^2}+\frac{2x+1}{x+2}=2$

480. $\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{2}{1-4x^2}=\frac{2x-1}{2x+1} \qquad 3+\frac{1}{x-2}=\frac{4x-7}{x-2}$

481. $\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+5}=\frac{1}{6(x+3)}$

482. Вводятся ли посторонние корни при освобождении от знаменателей следующих уравнений:

$$x+\frac{5}{x-2}=0 \qquad x-3+\frac{1}{x-3}=3 \qquad x-\frac{1}{x+5}=0$$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ, НЕ ИМЕЮЩИХ КОРНЕЙ

(§ 129)

Убедиться, что следующие уравнения не имеют корней (приводятся к невозможному равенству):

483. $\frac{x}{2}-4+\frac{x}{3}=7+\frac{5x}{6}$

484. $\frac{5x+1}{6}+\frac{x+3}{4}=x+1+\frac{x-3}{12}$

485. $(x+2)^2+(x-2)^2=(x+3)^2+(x-3)^2$

НЕОПРЕДЕЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

(§ 131)

Убедиться, что следующие уравнения допускают бесчисленное множество решений (обращаются в тождества):

486. $8x+3=(x+2)^2-x^2+4x-1$

487. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4$

488. $(x+1)^2+(x-1)^2=2(x^2+1)$

БУКВЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

(§ 133)

489. $ax+b=c$ $\quad \frac{a}{x}=b$ $\quad c=b+\frac{a}{x}$

490. $ax+b=cx+d$ $\quad ax+b^2=bx+a^2$

491. $(a+x)(b+x)=(a-x)(b-x)$

492. $(x-a)(x+b)+c=(x+a)(x-b)$

493. Из уравнения: $a+bx=4-3(a-x)$ найти x как функцию от a и b.

494. Если уравнение $\frac{x-a}{3}-\frac{2x-3a}{2}=\frac{a}{6}$ удовлетворяется при $x=2$, то чему должно быть равно a?

495. Процентные деньги A руб., получаемые в t лет с капитала a руб., приносящего $p\%$ ежегодно, вычисляются по формуле:

$$A=\frac{apt}{100}.$$

Найти из этой формулы: а) время t, б) начальный капитал a, в) число процентов p, если все прочие величины будут известны.

496. Площадь q трапеции, у которой основания суть b_1 и b_2, а высота h, определяется по формуле:

$$q=\frac{1}{2}(b_1+b_2)h.$$

Найти отсюда h в зависимости от q, b_1 и b_2.

497. Если радиус есть r, то длина c окружности и площадь круга q определяются по формулам:

$$c=2\pi r \quad \text{и} \quad q=\pi r^2,$$

где $\pi=3,14\ldots$ Выразить q в зависимости от c и r.

Указание. Из первой формулы надо найти π в зависимости от c и r и затем найденное выражение подставить во вторую формулу на место π. После упрощения получим: $q=\frac{1}{2}cr$.

498. Объем V цилиндра, у которого высота есть h и радиус основания r, вычисляется по формуле:

$$V=\pi r^2 h, \text{ где } \pi=3,14\ldots$$

Из этой формулы найти h как функцию от V и r.

499. Было найдено, что объем медной проволоки, длиною в 10 *м*, равен 12 *куб. см*; найти толщину этой проволоки (диаметр цилиндра).

Указание. Положив в формуле $V=\pi r^2 h$ (см. предыдущую задачу) $V=12$, $\pi=3,14$ и $h=1000$, находим из нее r и затем $2r$.

500. Объем V шарового сегмента с высотою h выражается формулой:

$$V=\pi h\left(r-\frac{h}{3}\right),$$

где r есть радиус шара. Определить отсюда r в зависимости от π и h и вычислить величину его, если $\pi=\frac{22}{7}$, $V=22$, $h=5$.

501. Из двух уравнений: 1) $V=\pi r^2 h$ и $S=2\pi rh+2\pi r^2$, выражающих объем цилиндра и его полную поверхность, найти V в зависимости от r, h и S (т. е. исключить π).

502. Из крайних точек отрезка прямой AB восставлены к нему 2 перпендикуляра: $AC=p$ и $BD=q$. Найти на прямой AB точку M, одинаково отстоящую от C и D, если длина AB равна d.

Указание. Обозначив расстояние AM буквой x, получим уравнение:

$$p^2+x^2=q^2+(d-x)^2,$$

из которого определим x.

503. При одной и той же температуре число градусов F, показываемое термометром Фаренгейта, и число градусов C, показываемое термометром Цельсия, связаны между собою уравнением:

$$F=32+\frac{9C}{5}.$$

Определить отсюда C в зависимости от F.

504. Из формулы предыдущей задачи найти, при какой температуре показания обоих термометров будут одинаковы, т. е.

$$F=C.$$

505. Из уравнения $\frac{3}{a}-\frac{4}{c}=\frac{5}{c}-\frac{6}{b}$ определить c в зависимости от a и b.

506. Из уравнения $\frac{P}{Q}=\frac{a-bx}{a+bx}$ определить x в зависимости от прочих величин.

507. Найти коэффициент a в уравнении:

$$3(x+2)\ (ax-7)=(8-x)\ (2x-2),$$

зная, что корень этого уравнения есть -1.

508. Формула:

$$\frac{1}{F}=(m-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

употребляется для нахождения главного фокусного расстояния F двояковыпуклого стекла, если радиусы кривизны r_1 и r_2 и показатель преломления m известны. Определить из этой формулы F в зависимости от r_1, r_2 и n.

509. Рабочий, живя между двумя остановками трамвая A и B, между которыми расстояние равно d *км*, отправляется ежедневно на завод

расположенный на продолжении прямой AB (за станцией B). Он рассчитал, что ему одинаково выгодно садиться на трамвай как на станции A, так и на станции B. В каком месте между A и B живет рабочий, если скорость его пешеходного движения равна v *км* в час, а скорость трамвайного движения есть V *км* в час.

Указание. Обозначив буквой x расстояние от квартиры рабочего до станции A, мы получим уравнение:

$$\frac{x}{v}+\frac{d+y}{V}=\frac{d-x}{v}+\frac{y}{V}$$

(y — есть расстояние от B до завода), из которого получим:

$$x=d\frac{V-v}{2V} \quad (y \text{ сократится}).$$

510. На прямой, проходящей через центры O и O' двух окружностей, радиусы которых суть r и r' и расстояние между центрами равно d, найти точку, в которой с этой прямой пересекается внешняя общая касательная к двум окружностям. Исследовать различные случаи, могущие представиться при решении.

511. То же для внутренней общей касательной.

512. Кооператив закупил в тресте некоторое количество товаров после того как цены были повышены на 10% против прейскуранта. Кооператив израсходовал на эту покупку N руб., причем трест сделал ему уступку 10%.

Какова была бы стоимость купленного товара, если его рассчитать по ценам старого прейскуранта?

НЕРАВЕНСТВА ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 135 — 136)

513. Если известно, что $3x-7>x+20$, то какой знак неравенства надо поставить, если правую часть неравенства сделать левой и наоборот, т. е. если написать неравенство в таком виде:

$$x+20 ? \; 3x-7 ?$$

514. Если $x>2y$ и $2y>50$, то какое третье неравенство можно написать, сравнивая между собою x и 50?

515. Если $\frac{1}{2}x-4>\frac{5}{6}$, то $\frac{1}{2}x> ?$

516. Если $7-2x<9$ и мы к обеим частям этого неравенства прибавим по $2x$, то какое новое неравенство получим?

517. Если от обеих частей неравенства $7<9+2x$ отнимем по 9, то что получим?

518. Перепишите неравенство $3-2x<7x$ справа налево.

519. Если дано, что $-2a<-3b$, то $2a$ меньше или больше $3b$?

520. Какое неравенство получится, если перед всеми членами неравенства

$$a-b>c-d$$

переменим знаки на противоположные?

Решить следующие неравенства:

521. $x-7<2x+5$ $\quad$ $9x-8+3(x-2)<2(x+3)$

522. $\frac{2x}{5}+4>x-\frac{1}{2}$ $\quad$ $x+2b<16-3(x-2b)$

523. $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}>\frac{a+b}{ab}$ $\quad$ $10-\frac{5x}{2}>0$

524. Если $a>b$ и $c=d$, то всегда ли $ac>bd$?

525. Если $a>b$, то всегда ли $a^m>b^m$?

526. Что можно высказать о числах a и b, если известно, что $ab>0$? А если $ab<0$?

527. Вывести условие, при котором дробь $\frac{a}{b}$ увеличится, если к числителю и знаменателю прибавим одно и то же положительное число (a и b тоже положительные числа).

528. Решить неравенство $\frac{a+m}{b+m}<\frac{a}{b}$ относительно b (предполагая, что a, b и m числа положительные).

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 141 — 142)

Решить способом подстановки следующие системы уравнений:

529. $\begin{cases} y=2x-3 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 5x+y=3 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 3x-5y=6 \\ x+4y=-15 \end{cases}$

530. $\begin{cases} 3x+2y=118 \\ x+5y=191 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 5x-3y=11 \\ 7x+2y=3 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 3x-2y=-8 \\ 6x+5y=2 \end{cases}$

Следующие системы решить способом сложения или вычитания:

531. $\begin{cases} 4x+7y=5 \\ -2x+5y=6 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 3x+5y=20 \\ 2x-10y=0 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 5x-8y=19 \\ 2x-2y=10 \end{cases}$

532. $\begin{cases} 2x+5y=1{,}6 \\ 3x-2y=0{,}5 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 7x-5y=3{,}4 \\ 5x+3y=4{,}4 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 7x+2\frac{1}{2}y=410\frac{1}{2} \\ 93x-14y+448=0 \end{cases}$

Решить следующие системы уравнений каким-нибудь способом:

533. $\begin{cases} 2(2x+3y)=3(2x-3y)+10 \\ 4x-3y=4(6y-2x)+3 \end{cases}$

534. $\begin{cases} (x+5)(y+7)=(x+1)(y-9)+112 \\ 2x+10=3y+1 \end{cases}$

535. $\begin{cases} 2(x+y)+4=5(x-y)+19 \\ x-12+13y=3(2x+y)-22 \end{cases}$

536. $\{ (2x-1)(y+2)=(x-2)(2y+5)$

537. $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=\frac{1}{2} \\ \frac{2}{y}=\frac{7}{5(x-2)} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x+1}{y}=7 \\ \frac{x}{1+y}=6 \end{cases}$

538. $\begin{cases} x:y=3:7 \\ 4x+2y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=a \\ \frac{x}{y}=\frac{m}{n} \end{cases}$

539. $\begin{cases} ax+by=c \\ y=mx \end{cases}$ $\begin{cases} x+a=my \\ y+b=nx \end{cases}$

540. $\begin{cases} \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \\ \frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2 \\ bx-ay=0 \end{cases}$

541. Найти значения a и b в двучлене $y=ax+b$ при условии, что $y=-11$, если $x=-2$, и $y=1$, если $x=2$.

542. Дано, что $s(A+b)=c$, причем известно, что когда $A=40$, тогда $s=50$, а когда $A=10$, тогда $s=80$. Определить, чему равно s, если A сделается равным 60.

Указание. Подставив вместо s и A данные числа ($A=40$, $s=50$; $A=10$, $s=80$), решить 2 уравнения относительно a и b; затем, подставив в данное равенство найденные числа вместо a и b и 60 вместо A, найти из него соответствующее s.

543. Трехчлен $ax^2+2bx-10$ равен -10, если $x=3$, и равен 46, если $x=-4$. Найти a и b.

544. Если в выражении $k(x^2+y^2+z^2)+l(xy+yz+zx)$ положим $x=0$, $y=1$ и $z=3$, то оно сделается равным 17; если же допустим, что $x=y=z=1$, то выражение будет равно 3. Найти k и l.

545. Из уравнения $2x+3y=5$ определить y в зависимости от x и полученное выражение вставить на место y в трехчлен $x^2-2xy-3y^2$.

546. Из того же трехчлена исключить x, пользуясь тем же уравнением $2x+3y=5$.

547. Решить систему.

$$3x-2y+7=4x+y-5=x-3y+7.$$

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§ 143)

Решить графически следующие системы уравнений и сравнить найденные результаты с вычисленными:

548. $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ x+y=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1+y \\ 2x+4y=17 \end{cases}$

549. $\begin{cases} 2y=6x+7 \\ y=-2x+1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ x-15y=18 \end{cases}$

550. $\begin{cases} 2y = x - 8 \\ 4x - y + 3 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x + y = 1 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$

551. Построить графики двух функций:

$$y = \frac{3x - 10}{4}; \quad y = 3 - 0{,}6x$$

Из чертежа найти приближенные значения корней, удовлетворяющих обоим уравнениям.

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(После § 143)

552. Куплено 8 *кг* одного товара и 19 *кг* другого и за все заплачено 16 руб. 40 к.; в другой раз по тем же ценам куплено 20 *кг* первого товара и 16 *кг* второго и заплачено за все 28 руб. 40 коп. Узнать цену килограмма каждого товара.

553. Отношение двух чисел равно $\frac{7}{8}$. Но если каждое из них увеличить на 1000, то отношение их будет $\frac{68}{77}$. Найти эти числа.

554. Число шаров, находящихся в одной урне, более числа шаров, содержащихся в другой урне, в отношении 3 : 2. Если же из первой урны переложить во вторую 18 шаров, то тогда в первой урне все-таки было бы шаров более, чем во второй, но только в отношении 5 : 4. Найти число шаров в каждой урне.

555. Найти такую дробь, что если отнять 1 от ее числителя, то получится дробь, равная $\frac{1}{5}$, а если отнять 1 от ее знаменателя, то величина дроби сделается равной $\frac{1}{4}$.

556. Отец и сын работают вместе. За 12 дней работы отца и 9 дней работы сына им было уплачено 78 руб. В другой раз за 10 дней работы отца и 11 дней работы сына они получили 72 руб. Сколько получал каждый из них в день?

557. Найти 2 таких целых числа, что если первое разделить на второе, то получится в частном 2 и в остатке 7; если же сумму этих чисел разделить на их разность, то в частном будет тоже 2, но в остатке окажется 5.

558. Найти такое двузначное число, что если к нему прибавить 9-кратную цифру его простых единиц, то получится 80; если же это число увеличить на 18, то получится число, изображаемое теми же цифрами, но только в обратном порядке.

559. Средняя цифра некоторого трехзначного числа есть 0, а две крайние его цифры составляют в сумме 8. Если цифры этого числа напишем в обратном порядке (справа налево), то полученное число окажется на 16 меньше тройного первого числа. Найти это число.

560. Трест приобрел для продажи 65 велосипедов, обыкновенных и моторных. За обыкновенные велосипеды он платил по 100 руб. за каждый, а за моторные по 400. При продаже всего этого товара трест по-

лучил прибыли 2980 руб., причем прибыль составляла 12% на обыкновенные велосипеды и 25% на моторные. Сколько было тех и других?

561. Скорости двух поездов, пассажирского и товарного, относятся между собою как $5:3$. Пассажирский вышел со станции A на $\frac{1}{2}$ часа позже товарного, а прибыл на станцию B на $\frac{1}{2}$ часа раньше его. Найти скорости поездов, если расстояние между A и B было 75 *км*.

562. Два велосипедиста A и B выезжают в одно и то же время по одному направлению из двух мест, отстоящих одно от другого на 50 *м*, и через 50 минут A нагоняет B. Но если бы B выехал на 5 минут раньше, чем A, то тогда A нагнал бы B только через 75 минут после отъезда A. Сколько метров в минуту проезжает A и сколько B?

563. Инженер должен поставить телеграфные столбы между двумя местами. Он рассчитал, что если поставить по одному столбу в крайних пунктах и через каждые 50 *м* между этими пунктами, то тогда у него недостанет 21 столбов. Если же ставить столбы через 55 *м*, то недостанет только 1 столба. Сколько всех столбов и на каком расстоянии он должен их поставить?

564. Один катет прямоугольного треугольника равен a метрам. Как велик другой катет, если известно, что он короче гипотенузы на d метров?

565. В трапеции $ABCD (BC \parallel AD)$ угол A составляет $\frac{1}{3}$ угла C, а угол D равен $\frac{1}{5}$ угла B. Найти все углы трапеции.

566. Два прямоугольных треугольника имеют одинаковую гипотенузу. У первого треугольника один катет на 4 *м* короче, а другой на 8 *м* длиннее соответствующих катетов другого треугольника. Вычислить эти катеты, если известно, что площадь первого на 34 *кв. м* больше площади второго.

567. В треугольник, у которого основание равно a и высота h (одинаковых линейных единиц), вписан прямоугольник так, что одна его сторона лежит на основании треугольника, а две вершины упираются в боковые стороны треугольника. Вычислить стороны этого прямоугольника, если периметр его равен $2p$. Рассмотреть случаи, когда $a<h$, $a>h$ и $a=h$.

568. Пароход спустился по течению реки на h *км* в t часов. На возвращение назад он употребил t' часов. Определить скорость течения реки и собственную скорость парохода (т. е. скорость его при движении в стоячей воде).

569. Некоторая страна состоит из двух областей. Плотность населения одной области равна q человек на кв. километр, другой области r человек на кв. километр. Найти площадь каждой из этих областей, зная, что все население страны составляет p человек, а ее площадь равна m кв. километров.

570. Плохо сделанные весы устроены так, что когда они показывают P *кг*, настоящий вес надо принимать равным $a+bP$ *кг*, где a и b суть некоторые постоянные для всех взвешиваний числа. Определить эти

числа, если известно, что при показании весов 1 *кг* истинный вес равен 1,1 *кг*, а при показании весов 2 *кг* истинный вес равен 1,9 *кг*. Как будут показывать эти весы, если истинный вес предмета равен 2 *кг*?

571. Найдено, что стоимость некоторого предмета в зависимости от его веса выражается уравнением:

$$y = ax^2 + b,$$

где x есть вес предмета (в граммах), а y — цена его (в рублях). Найти коэффициенты a и b, если известно, что предмет в 2 *г* стоит 6 руб., а в 3 *г* стоит 97 руб. Затем вычислить по указанному уравнению стоимость предмета в 4 *г*.

572. Между некоторыми переменными величинами x и y установлена такая зависимость:

$$y = \frac{a}{x} + b,$$

причем известно, что $y = -1$, если $x = 1$, и $y = 1$, если $x = \frac{1}{2}$. Найти значение x, при котором $y = -2$.

573. Если выражение $ax + \frac{b}{x}$ равно 2, когда $x = \frac{1}{2}$, и равно 3, когда $x = 2$, то какова его величина при $x = -\frac{1}{3}$?

574. Найти такие значения для A и B, при которых (при всяком значении x) удовлетворялось бы равенство:

$$\frac{2x+3}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Указание. Приведя правую часть равенства к одному знаменателю, мы приведем вопрос к решению системы двух уравнений:

$$A + B = 2 \quad \text{и} \quad A - 2B = 3.$$

Задачу можно решить еще и так. Если данное равенство должно удовлетворяться при всяком значении x, то оно должно удовлетворяться, напр., при $x = 0$ и при $x = 1$ (0 и 1 взяты произвольно). Подставив в равенство на место x сначала 0, а затем 1, мы получим 2 уравнения с неизвестными A и B; из них найдем эти неизвестные.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 147—148)

575. $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$

576. $\begin{cases} 3x - y + z = 17 \\ 5x + 3y - 2z = 10 \\ 7x + 4y - 5z = 3 \end{cases}$

577. $\begin{cases} 2x + 5y - 3z - 6\frac{1}{4} = 0 \\ 5x - 6y + 2z = 12 \\ 5z = 42\frac{1}{4} - 7x + y \end{cases}$

578. $\begin{cases} \frac{x+2y}{5x+6z} = \frac{7}{9} \\ \frac{3y+4z}{x+2y} = \frac{8}{7} \\ x + y + z = 128 \end{cases}$

579. Найти числа A, B и C, при которых уравнение

$$\frac{8x+1}{x(4x^2-1)}=\frac{A}{2x-1}+\frac{B}{x}+\frac{C}{2x+1}$$

обращалось бы в тождество.

Указание. См. задачу № 574.

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

(§§ 149 — 151)

580. $\begin{cases} 3x+5y=74 \\ 7x+2z=66 \\ 2y+z=25 \end{cases}$

581. $\begin{cases} 4x-37+u=10 \\ 5y+z-4u=1 \\ 3y+u=17 \\ x+2y+3u=25 \end{cases}$

582. $\begin{cases} 7u-13z=52 \\ 10y-3x=11 \\ 9u+14x=42 \\ 2x-11z=50 \end{cases}$

583. $\begin{cases} 3x+4y-z-u=3 \\ 2x-y-2z=9-2u \\ x+3y+5z-4u=2 \\ 4x-8y-3z+3u=10 \end{cases}$

584. $\begin{cases} \dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{y}=1 \\ \dfrac{30}{x}+\dfrac{31}{y}=6 \end{cases}$

585. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}-\dfrac{4}{z}=\dfrac{1}{12} \\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y}+\dfrac{5}{z}=\dfrac{19}{24} \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{y}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{6}{z} \end{cases}$

586. $\begin{cases} \dfrac{6}{x-1}+\dfrac{5}{y-1}=1 \\ \dfrac{4}{x-1}+\dfrac{7}{y-1}=2 \end{cases}$

Указание. Следует ввести вспомогательные неизвестные:

$$\frac{1}{x-1}=x' \qquad \frac{1}{y-1}=y'$$

587. Как всего проще решить систему:

$$x+y+z=29\frac{1}{4},$$

$$x+y-z=18\frac{1}{4},$$

$$x-y+z=13\frac{3}{4},$$

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ ТРЕХ УРАВНЕНИЙ С ТРЕМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ

(После § 151)

588. Три лица A, B и C имеют вместе 1820 руб. Если B даст A 200 руб., то тогда у A окажется на 160 руб. больше, чем у B; если же C даст B 70 руб., то тогда у B и C будет поровну. Сколько денег имеет каждое лицо?

589. Три покупателя купили кофе, сахар и чай. Первый покупатель за 8 *кг* кофе, 10 *кг* сахару и 3 *кг* чаю уплатил 35 руб.; второй покупатель за 4 *кг* кофе, 15 *кг* сахару и 5 *кг* чаю уплатил 40 руб., а тре-

тий покупатель израсходовал 82 руб. 50 коп. на покупку 12 *кг* кофе 20 *кг* сахару и 10 *кг* чаю. Найти цену килограмма кофе, сахару и, чаю.

590. Найти трехзначное число по следующим условиям: 1) сумма цифры сотен с цифрою простых единиц равна удвоенной цифре десятков; 2) частное от деления искомого числа на сумму его трех цифр равно 48; 3) если вычтем из искомого числа 198, то получим число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

591. Три каменщика A, B и C строят стену. A и B, работая вместе, могли бы окончить стену в 12 дней; B и C, работая вместе, могли бы ее окончить в 20 дней, а A и C при совместной работе сделали бы ее в 15 дней. Во сколько дней каждый каменщик окончил бы работу, работая отдельно от других, и во сколько дней окончат стену трое, работая вместе?

Указание. Если A, B и C работая отдельно, могут окончить стену соответственно в x, y и z дней, то в один день A может сделать $\frac{1}{x}$ часть стены, B сделает $\frac{1}{y}$ часть и C сделает $\frac{1}{z}$ часть ее; A и B, работая вместе, сделают $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ часть стены, что должно, согласно условию задачи, составить $\frac{1}{12}$; подобно этому $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{15}$. Из этих трех уравнений найдем $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, $\frac{1}{z}$. Работая все вместе, каменщики сделают $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ часть стены и, следовательно, окончат всю работу в число дней, равное частному: $1:\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$.

592. Два работника могут окончить некоторую работу в $18\frac{2}{3}$ дня. Но после 9 дней совместной работы один из них заболевает, и тогда другой, работая один, оканчивает работу в $20\frac{5}{7}$ дня. Во сколько дней каждый из этих работников мог бы окончить работу, если бы работал один?

593. Имеются три куска сплава из золота, серебра и меди; куски эти содержат:

1-й	кусок	2	части золота,	3	части серебра	и	4	части меди;
2-й	„	3	„ „	4	„ „		5	„ „
3-й	„	4	„ „	3	„ „		5	„ „

Сколько килограммов надо взять от каждого куска, чтобы получить новый сплав, содержащий 5 *кг* золота, 6 *кг* серебра и 8 *кг* меди?

Указание. Пусть x, y и z будут искомые числа килограммов соответственно от 1-го, 2-го и 3-го кусков. Так как в 1-м куске на $2+3+4$ $(=9)$ части сплава приходится золота 2 части, серебра 3 и меди 4, то в нем содержится золота $\frac{2}{9}$ его веса, серебра $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ и

меди $\frac{4}{9}$. Следовательно, в x *кг*, взятых от этого куска, содержится золота $\frac{2}{9}x$, серебра $\frac{1}{3}x$ и меди $\frac{4}{9}x$. Подобным образом узнаем, что в y *кг*, взятых от 2-го куска, будет золота $\frac{3}{12}y\left(=\frac{1}{4}y\right)$, серебра $\frac{4}{12}y$ $\left(=\frac{1}{3}y\right)$ и меди $\frac{5}{12}y$; в 3-м куске этих металлов будет: $\frac{4}{12}z\left(=\frac{1}{3}z\right)$, $\frac{3}{12}z\left(=\frac{1}{4}z\right)$ и $\frac{5}{12}z$. Поэтому, согласно условиям задачи, получим уравнения:

$$\frac{2}{9}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{3}z=5$$

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{4}z=6$$

$$\frac{4}{9}x+\frac{5}{12}y+\frac{5}{12}z=8$$

Вместо одного из этих уравнений можно взять более простое:

$$x+y+z=19.$$

594. Имеются три куска сплава из золота, серебра и меди; куски эти содержат:

1) 5 частей золота, 6 частей серебра, 4 части меди;
2) 4 части „ 3 части „ 3 „ „
3) 3 „ „ 6 частей „ 3 „ „

По скольку килограммов надо взять от каждого куска, чтобы образовать сплав, в котором было бы 10 *кг* золота, 15 *кг* серебра и 12 *кг* меди?

595. Три подростка A, B и C, состязаясь в скорости бега, условились, что после каждого состязания отставший должен дать остальным двум столько яблок, сколько они имели до этого состязания. Состязаться принимались они 3 раза. В первый раз отстал A, во второй B и в третий C. После третьего состязания у каждого оказалось 16 яблок. Сколько яблок было у каждого до начала состязаний?

596. Найти 4 числа таких, чтобы суммы групп, образованных тремя из них, были 22, 24, 27 и 20.

Указание. Если искомые числа обозначим x, y, z, u, то мы получим 4 уравнения, подобные таким: $x+y+z=22$, $x+y+u=24$ и т. д. Всего проще решить эту систему приемом, указанным в § 151.

Можно и не вводить четырех неизвестных, а ограничиться только одним неизвестным, именно обозначить буквой x сумму всех четырех чисел; тогда самые числа выразятся так: $x-22$, $x-24$, $x-27$ и $x-20$. Легко сообразить, что из четырех групп, которые можно образовать из этих четырех чисел, беря их по 3, т. е. из четырех групп таких:

$$(x-22)+(x-24)+(x-27)$$
$$(x-22)+(x-24)+(x-20)$$
$$(x-22)+(x-27)+(x-20)$$
$$(x-24)+(x-27)+(x-20)$$

наименьшую сумму даст первая; поэтому:

$$(x-22)+(x-24)+(x-27)=20,$$
т. е. $3x-73=20$, откуда: $x=31$.

Искомые числа будут: $31-22=9$; $31-24=7$; $31-27=4$ и $31-20=11$.

Замечание. Задача эта была дана греческим математиком Диофантом, жившим в I столетии нашей эры.

ВОЗВЫШЕНИЕ В КВАДРАТ ОДНОЧЛЕНОВ

(§§ 153—154)

597. $(-1)^2 \quad (-2)^2 \quad (-a)^2 \quad -(-1)^2 \quad a^2+(-a^2)$

598. Убедиться, что $(8-7)^2=(7-8)^2$ и $(a-b)^2=(b-a)^2$

599. Правильная арифметическая дробь от возвышения ее в квадрат в куб и т. д. увеличивается ли или уменьшается? А неправильная арифметическая дробь? Например:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad \left(\frac{7}{8}\right)^2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \ldots \quad \left(\frac{5}{4}\right)^2 \quad \left(\frac{7}{3}\right)^2 \ldots$$

600. $(mn)^2 \quad (2xy)^2 \quad \left(-\frac{1}{2}abc\right)^2 \quad (-5ax)^2$

601. $(a^3)^2 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \quad (0,3)^2 \quad (-0,1)^2$

602. $(2a^3b^2c)^2 \quad \left(\frac{2}{3}a^4x^2\right)^2 \quad (0,2ax^4)^2$

603. $(-0,1x^4y)^2 \quad \left(\frac{3ax^3}{5b^2y}\right)^2 \quad \left(-\frac{4a^2mn}{3bx^4}\right)^2$

604. $\left(-\frac{2(a+b)x}{7a^2by^2}\right)^2 \quad -\left(\frac{-3xy^2}{0,01m^3}\right)^2$

ВОЗВЫШЕНИЕ В КВАДРАТ МНОГОЧЛЕНОВ

(§§ 155—156)

605. $\left(2a^2-\frac{1}{2}a+1\right)^2$

606. $\left(\frac{1}{2}x^2-4x-3\right)^2$

607. $(-5a^3x+3a^2x^2-ax^3+3x^4)^2$

608. $\left(0,3x^3-0,1x^2-\frac{3}{4}x+0,5\right)^2$

609. $\left(\frac{3}{5}a^3b-\frac{2}{3}a^2b^2+2ab^3-0,3b^4\right)^2$

610. Убедиться на двух следующих примерах, что квадрат многочлена не изменится, если мы переменим знаки на противоположные перед всеми членами многочлена:

$$(a-b+c)^2=(-a+b-c)^2$$
$$(2x^3-x^2-3x+1)^2=(-2x^3+x^2+3x-1)^2$$

611. Если равные числа мы возвысим в квадрат, то всегда ли получим равные числа? А если неравные числа возвысим в квадрат, то всегда ли получим неравные числа? (Пример: 3 и —3).

612. Если верно равенство: $(a-b)^2=(m-n)^2$, то можно ли отсюда заключить, что $a-b=m-n$?

613. Возвышение в квадрат (или вообще в какую-нибудь степень) обладает ли свойством распределительности по отношению к сложению (или вычитанию)? Например, $(2+3)^2$ равно ли 2^2+3^2? $(3+1)^3$ равно ли 3^3+1^3? $(5-4)^2$ равно ли 5^2-4^2?

Возвышение в степень обладает ли свойством распределительности по отношению к умножению (или делению)? Например, $(ab)^2$ всегда ли равно a^2b^2? или $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ всегда ли равно $\frac{a^2}{b^2}$?

СОКРАЩЕННОЕ ВОЗВЫШЕНИЕ В КВАДРАТ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

(§ 157)

614. 75^2 83^2 $0{,}26^2$ $7{,}3^2$

615. 328^2 459^2 $2{,}37^2$ $0{,}526^2$

616. 3274^2 5026^2 $57{,}17^2$ $3{,}813^2$.

ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ $y=x^2$ и $y=ax^2$

(§§ 158 — 159)

617. Начертить при одних и тех же осях и при одной и той же единице длины графики следующих функций:

$$y=\frac{1}{4}x^2 \qquad y=\frac{1}{2}x^2 \qquad y=2x^2.$$

618. То же функций $y=x^2$ и $y=\frac{1}{2}x+1$; определить координаты точки пересечения этих графиков и подставить их в уравнения с целью проверки чертежа.

619. То же для функций $y=x^2$ и $y=2-(x-1)^2$.

620. К какой форме стремится парабола $y=ax^2$, если: а) a стремится к нулю; б) a неограниченно увеличивается (стремится к ∞)?

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ФУНКЦИИ КВАДРАТУ ПЕРЕМЕННОГО НЕЗАВИСИМОГО

(После § 159)

621. Цена алмаза пропорциональна квадрату его веса. а) Какой формулой можно выразить зависимость между ценою алмаза (обозначим ее y руб.) и его весом (обозначим его x граммов)? б) Сколько стоят 15 *г* алмаза, если 10 *г* его стоят 500 руб.?

622. Известно, что величина y прямо пропорциональна квадрату величины x и что $y=10$, если $x=5$. Какой будет коэффициент пропорциональности? Чему должен равняться x, если $y=20$?

623. Если z изменяется пропорционально y^2, а y изменяется пропор-

ционально x, то какою формулой можно выразить зависимость между z и x?

Указание. Если величина z пропорциональна y^2, то $z = ay^2$, где a постоянное число. Если величина y пропорциональна x, то $y = bx$, где b постоянное число. Следовательно, $z = a(bx)^2 = ab^2x^2$, где ab^2 есть некоторое постоянное число. Обозначив это постоянное число одною буквою, напр., A, получим: $z = Ax^2$.

624. Если величина y обратно пропорциональна x^2, то какою формулой можно выразить зависимость между y и x?

Указание. Согласно § 105 эту зависимость можно выразить так: $y = \frac{k}{x^2}$, где k есть некоторое постоянное число.

625. При условии, выраженном в предыдущей задаче, если известно, что $y = 50$, когда $x = 2$, какое значение получит y, если x сделается равным 6?

626. Если величина z пропорциональна y^2, а величина y обратно пропорциональна x, то как выразится зависимость между z и x?

627. Зная, что величина y изменяется пропорционально квадрату x, заполнить свободные клетки в следующей таблице соответствующих друг другу значений x и y:

y	6		18,6	50
x	2	3,5		

ВОЗВЫШЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ В КУБ И В ДРУГИЕ СТЕПЕНИ

(§§ 160—161)

628. $(-1)^3 \quad (-1)^4 \quad (-1)^{13} \quad (-)^{18}$

629. $(-2)^3 \quad (-2)^4 \quad (-2)^5 \quad (-a)^3 \quad (-a)^4$

630. $-(-1)^3 \quad [-(-1)^3]^4 \quad x^3 + (-x)^3 \quad y^4(-y)^4$

631. $(-5ax)^3 \quad (-a^4)^3 \quad (-a^3)^4 \quad (x^m)^n$

632. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \quad \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \quad 0{,}3^3 \quad \left(-\frac{a}{b}\right)^4$

633. $(7a^2xy)^3 \quad \left(-\frac{2}{3}a^4x\right)^2 \quad \left(\frac{0{,}1ab^2}{x}\right)^4$

634. Доказать, что если n какое-нибудь целое число, то

$$(-1)^{2n} = +1 \quad (-1)^{2n+1} = -1 \quad (-1)^{2n-1} = -1$$
$$(-1)^{n+1} = (-1)^{n-1}$$

635. Проверить, полагая $a = 1, 2, 3, \ldots -1, -2, -3, \ldots$, что верно следующее равенство:

$$(-a)^n = (-1)^n a^n$$

ГРАФИКИ ФУНКЦИИ $y = x^3$ И $y = ax^3$

(§§ 162—163)

Построить графики функций:

636. $y = \frac{1}{3}x^3 \quad y = \frac{2}{3}x^3 \quad y = 1{,}5x^3$ **637.** $y = x^3 + 1$.

ПОНЯТИЕ О КОРНЕ

(§§ 165 — 167)

Чему равны следующие выражения:

638. $\sqrt{100}$ $\sqrt{0,01}$ $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\sqrt{\frac{9}{16}}$ $\sqrt{a^2}$ $\sqrt{x^2}$

639. $(\sqrt{5})^2$ $(\sqrt[3]{27})^3$ $(\sqrt[5]{a})^5$ $(\sqrt{1+x})^2$

640. $\sqrt[3]{+27}$ $\sqrt[3]{-27}$ $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ $\sqrt[3]{-0,001}$

641. $\sqrt[4]{16}$ $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ $\sqrt[4]{81}$ $\sqrt{-4}$ $\sqrt{-a^2}$ $\sqrt[4]{-16}$

642. Могут ли, согласно определению корня, числа 1 и 0 быть показателями корня? Напр., имеют ли смысл выражения: $\sqrt[1]{3}$, $\sqrt[0]{3}$ и если имеют, то чему они равны?

ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЯ ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ИЗ СТЕПЕНИ И ИЗ ДРОБИ

(§ 168)

643. $\sqrt{4 \cdot 9}$ $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 0,01 \cdot 25}$ $\sqrt{4a^2b^2}$ $\sqrt{9a^2x^2y^4}$

644. $\sqrt[3]{-27a^3b^3}$ $\sqrt[4]{\frac{1}{16}a^4x^4}$ $\sqrt[5]{abc}$

645. $\sqrt{a^4}$ $\sqrt{2^4}$ $\sqrt{x^6}$ $\sqrt{(a+b)^4}$

646. $\sqrt[3]{2^6}$ $\sqrt[3]{-a^6}$ $\sqrt[3]{x^9}$ $\sqrt[3]{(m+n)^6}$

647. $\sqrt{\frac{9}{25}}$ $\sqrt{-\frac{9}{25}}$ $\sqrt{\frac{a^2}{b^4}}$ $\sqrt{\frac{a+b}{m-n}}$

648. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ $\sqrt[3]{-\frac{27}{1000}}$ $\sqrt[3]{\frac{a^6}{b^3}}$ $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}$ $\sqrt{\frac{x}{y}}$

649. $\sqrt{\frac{a^4}{b}}$ $\sqrt{\frac{x}{y^2}}$ $\sqrt{\frac{a^{2n}}{b^{4n}}}$

650. $\sqrt{25a^6b^2c^4}$ $\sqrt{0,36x^4y^2}$ $\sqrt{\frac{1}{4}(b+c)^6x^4}$

651. $\sqrt[3]{-0,001x^6y^3}$ $\sqrt[3]{125(x+y)^6(x-y)^3}$

652. $\sqrt{\frac{9a^2b^4}{25x^6y^2}}$ $\sqrt{\frac{0,01a^4b^6}{49m^2n^4}}$ $\sqrt[3]{-\frac{27a^9b^6}{x^3y^{12}}}$

653. Извлечение корня обладает ли свойством распределительности по отношению к сложению (или вычитанию)? Напр., верны ли равенства: $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$, или $\sqrt{16-9} = \sqrt{16} - \sqrt{9}$?

654. Извлечение корня обладает ли свойством распределительности по отношению к умножению (или делению)? Напр., $\sqrt{ab}$ всегда ли равен $\sqrt{a}\ \sqrt{b}$ (если числа a и b положительные)?

ПРОСТЕЙШИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДИКАЛОВ

(§ 169)

Вынести множители за знак радикала:

655. $\sqrt{4a^3}$ $\sqrt{8a^6b^7}$ $\sqrt{50a^5b^3x^3}$ $\sqrt[3]{16a^4}$

656. $\sqrt[3]{-81x^5y^2}$ $\sqrt{98(a+b)^3}$ $\sqrt[3]{250x^7y}$

657. $\sqrt{27}$ $\sqrt{32}$ $\sqrt{48}$ $\sqrt{60}$ $\sqrt{125}$ $\sqrt{1728}$

Подвести множители, стоящие перед радикалом, под знак этого радикала:

658. $2\sqrt{2}$ $7\sqrt{10}$ $5\sqrt{5}$ $3\sqrt{\frac{1}{3}}$ $a\sqrt{a}$

659. $2ab\sqrt{\frac{1}{2}a}$ $\frac{1}{2}\sqrt{4x}$ $\frac{1}{3}\sqrt[3]{54a}$

660. $a\sqrt{\frac{a}{b}}$ $25\sqrt{3}$ 661. $2a^2\sqrt[3]{3ab^2}$ $(a+b)\sqrt{a+b}$

662. $2(x-y)\sqrt{\frac{1}{2}a^3(x-y)}$

Освободить подкоренное выражение от знаменателей:

663. $\sqrt{\frac{1}{600}}$ $\sqrt{\frac{11}{540}}$ $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$.

664. $\sqrt[3]{\frac{3x}{49ay^2}}$ $\sqrt{x-\frac{3}{2x}+\frac{5}{3ax}}$

665. Определить, какие из следующих пар выражений равны между собою и какие не равны; проверить для $a=16$, $b=9$:

$\sqrt{ab}$, $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{a+b}$, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ $\qquad$ $\sqrt{a-b}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

$a\sqrt{a}$, $\sqrt{a^3}$ $\qquad$ $a\sqrt{b}$, $\sqrt{a^2b}$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$, $a+b$ $\qquad$ $(\sqrt{a}\cdot\sqrt{b})^2$, ab

ИЗВЛЕЧЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО ЦЕЛОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ ИЗ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

(§§ 171—173)

Извлечь квадратный корень из следующих чисел:

666. $\sqrt{289}$ $\sqrt{4225}$ $\sqrt{61\,009}$ $\sqrt{582\,169}$

667. $\sqrt{105\,424}$ $\sqrt{956\,484}$ $\sqrt{57\,198\,969}$

668. $\sqrt{68\,492\,176}$ $\sqrt{422\,220\,304}$

669. $\sqrt{285\,970\,396\,644}$

670. Объяснить, почему всякое целое число, оканчивающееся на какую-нибудь из четырех цифр: 2, 3, 7 и 8, не может быть точным квадратом.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ ИЗ ЦЕЛЫХ И ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ

(§§ 174—177)

671. $\sqrt{13}$ до 1 $\sqrt{13}$ до 0,1 $\sqrt{13}$ до 0,001

672. $\sqrt{37{,}26}$ до 1 $\sqrt{234\frac{5}{6}}$ до 1

673. $\sqrt{101}$ до $\frac{1}{100}$. $\sqrt{0{,}8}$ до 0,01

674. $\sqrt{0{,}0081}$ до $\frac{1}{100}$ $\sqrt{19{,}0969}$ до $\frac{1}{100}$

675. $\sqrt{3\frac{1}{4}}$ до $\frac{1}{100}$ $\sqrt{0{,}2567803}$ до 0,01

676. $\sqrt{356}$ до 1, затем до 0,1, далее до 0,01.

677. Один катет равен 15 *см*, другой 10 *см*. Вычислить гипотенузу (до 0,01).

678. Гипотенуза равна 30, один катет 21. Вычислить другой катет (до 0,001).

679. На чертеже даны координатные оси и точка, у которой абсцисса есть 9, а ордината 10. Вычислить расстояние этой точки от начала координат (до 0,01).

680. То же для точки с абсциссой 5 и ординатой 7 (до 0,001).

681. Вычислить до 0,01 расстояние между двумя точками, которых координаты следующие (первое число — абсцисса, второе — ордината):

(10, 11) (35, 20) (2, 3) (7, 9)

Указание. Сделав чертеж, хотя бы приблизительный, убедиться на нем, что расстояние между двумя точками есть гипотенуза треугольника, у которого один катет равен разности абсцисс, а другой — разности ординат этих точек.

682. То же для точек:

(0, 20) (10, 30) (85, 90) (30, 75).

683. Вычислить среднее геометрическое между 0,17 и 0,153.

ПОЛЬЗОВАНИЕ ТАБЛИЦЕЙ КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

(§ 178)

Найти по таблицам квадратных корней (приложенных в конце „Элементов алгебры") следующие корни:

684. $\sqrt{276}$ $\sqrt{32}$ $\sqrt{4938}$ $\sqrt{7456}$

685. $\sqrt{3{,}45}$ $\sqrt{2{,}178}$ $\sqrt{0{,}563}$

686. $\sqrt{0{,}0782}$ $\sqrt{0{,}07345}$ $\sqrt{0{,}507983}$

687. В следующих примерах подвести под знак радикала множитель, стоящий перед ним, и вычислить результат, пользуясь таблицами квадратных корней:

$2\sqrt{2}$ $2\sqrt{3}$ $3\sqrt{3}$ $7\sqrt{10}$ $2\sqrt{5}$ $5\sqrt{5}$

ИЗВЛЕЧЕНИЕ КВАДРАТНОГО КОРНЯ ИЗ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

(§ 179)

688. Вычислить до 0,01 квадратный корень из следующих дробей, обратив каждую из них в десятичную с достаточным числом десятичных знаков:

$$\frac{3}{5} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{7}{11} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{7}{250}$$

689. То же, не обращая дроби в десятичные, а сделав знаменатель точным квадратом; определить степень погрешности.

690. Вычислить корни:

$$\sqrt{0,3} \quad \sqrt{5,7} \left(\text{оба до } \frac{1}{10}\right); \quad \sqrt{2,313} \quad \sqrt{0,00264} \quad \left(\text{оба до } \frac{1}{100}\right).$$

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ $y=\sqrt{x}$ И $y=\sqrt[3]{x}$

(§§ 181 — 182)

691. Построить на одном чертеже (при одной и той же единице длины) графики функций: $y=\frac{1}{2}x^2$ и $y=\sqrt{2x}$.

692. То же для функций: $y=\frac{1}{3}x^2$ и $y=\sqrt{3x}$.

693. Построить на одном и том же чертеже в одном том же масштабе графики функций: $y=x^3$ и $y=\sqrt[3]{x}$, давая в последней функции для x те значения, которые в первой функции получались для y (см. § 162 „Элементов алгебры“). Сравнить оба графика между собою.

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

(§§ 185 — 187)

694. Какие из следующих бесконечных дробей числа рациональные и какие иррациональные:

3,7777... 2,(56) 40,8(32)
2,01 001 0001 00001...

(в последнем числе стоит после запятой один 0 и за ним 1, потом 2 нуля и 1, затем 3 нуля и 1 и т. д. без конца).

695. Какой из трех знаков: =, >, < надо поставить между числами каждой из следующих пар:

0,3459... и 0,3457... 2,7583... и 2,7581...
4,57800... и 4,57801 3,3528014 и 3,350280...
0,2803... и 0,2803... (все цифры одинаковы)

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ РАДИКАЛОВ

(§§ 188 — 189)

696. Вычислить $\sqrt[3]{5}$ с точностью до 0,01 посредством последовательных испытаний.

697. Как объяснить, что сколько бы мы ни вычисляли десятичных знаков $\sqrt{2}$, мы никогда не получим периодической десятичной дроби?

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

(§§ 191—200)

698. Найти приближенные значения числа:

$$e = 2,7182878\ldots$$

с недостатком и с избытком с точностью до $\frac{1}{10}$, потом до $\frac{1}{100}$, затем до $\frac{1}{1000}$ и до $\frac{1}{10\,000}$. Какие из этих приближений точны до $\frac{1}{2}$ единицы последнего разряда?

699. Если сумма нескольких чисел должна быть вычислена до 0,01 то, с какою точностью надо брать слагаемые?

Вычислить до 0,01 суммы:

700. $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ $\qquad$ $\sqrt{3}+\sqrt{20}+\sqrt{7}$

701. $\sqrt{0,8}+\frac{3}{7}+\sqrt{2}+0,267$

Вычислить с точностью до 0,001 разности:

702. 5,708346...—2,074495...

703. 0,573480...—0,365024...

704. Вычислить до 0,001 сумму:

3,70263 + 2,55443 + 0,29363 + 1,74089, если известно, что числа эти точны до $\frac{1}{2}$ стотысячной доли, но неизвестно, взяты ли они с недостатком или с избытком.

705. То же—для разности 7,56034 — 6,38429.

706. Вычислить до 0,01 площадь прямоугольника, у которого основание равно $\sqrt{10}$, а высота 5.

707. Вычислить до $\frac{1}{100}$ объем шара по формуле: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$, в которой R есть радиус шара, равный 3 *см*, $\pi = 3,1415926\ldots$ и V — объем шара, выраженный в куб. сантиметрах.

708. Найти приближенное произведение $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=1,4142\ldots\times\times 2,8284\ldots$, определить предел погрешности и сравнить результат с точным произведением $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{16}=4$.

709. Вычислить приближенное произведение:

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=1,4142\ldots\times 1,4142\ldots$$

и сравнить его с точным произведением $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$.

710. Найти сокращенным умножением $\left(\text{до } \frac{1}{100}\right)$ следующие произведения:

2,780435..× 8,3567023...
56,7843...× 0,26739...

711. Найти с точностью до 0,01 частное 7,310268... : 5.

712. То же $\pi : 7\frac{2}{3}$, где $\pi = 3,1415926\ldots$

713. Найти сокращенным делением частное

$$\sqrt{18} : \sqrt{2} = 4,243\ldots : 1,414\ldots$$

и результат сравнить с точным частным $\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3.$

714. Вычислить частное $3 : \sqrt{\frac{5}{7}}$ сообразно следующим преобразованиям:

$$3 : \sqrt{\frac{5}{7}} = 3 : \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7 \cdot 3^2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{63}{5}} = \sqrt{1,26}$$

НЕКОТОРЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДИКАЛОВ

(§ 203)

Привести к одинаковым показателям следующие радикалы:

715. $\sqrt{2},\ \sqrt[3]{5}$ $\quad \sqrt{x},\ \sqrt[3]{x^2}$ $\quad \sqrt[3]{2},\ \sqrt[4]{3}$ $\quad \sqrt[4]{x^3},\ \sqrt[6]{y^5}$

716. $\sqrt{3},\ \sqrt[5]{4},\ \sqrt[6]{2}$ $\quad \sqrt{\frac{1}{2}},\ \sqrt{\frac{5}{9}},\ \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

717. $\sqrt[3]{xy^2},\ \sqrt{yz},\ \sqrt[4]{xz^3}$ $\quad \sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{x}},\ \sqrt[3]{\frac{1}{a}-\frac{1}{x}}$

718. Что больше: $\sqrt{3}$ или $\sqrt[3]{5}$?

Упростить следующие радикалы (сократив показатели корня и подкоренного выражения):

719. $\sqrt[4]{36},\ \sqrt[9]{8},\ \sqrt[4]{x^2}$ $\quad \sqrt[6]{x^3}\ \sqrt[8]{a^4},\ \sqrt[9]{(a+b)^3}$

720. $\sqrt[4]{9},\ \sqrt[6]{8},\ \sqrt[8]{10000}$ $\quad \sqrt[6]{9a^4b^8},\ \sqrt[8]{16a^8b^{12}}$

721. $\sqrt[9]{8x^6},\ \sqrt[6]{121a^4b^4},$ $\quad \sqrt[15]{8a^3b^{12}c^{30}}$

ПОДОБНЫЕ РАДИКАЛЫ

(§ 204)

Упростить следующие радикалы с целью обнаружить их подобие:

722. $\sqrt{8},\ \sqrt{18},\ \sqrt{50}$ $\quad \sqrt{1\frac{1}{3}},\ \sqrt{5\frac{1}{3}},\ \sqrt{16\frac{1}{3}}$

723. $\sqrt[3]{4},\ \sqrt[3]{32},\ \sqrt[3]{108}$ $\quad \sqrt[3]{1\frac{3}{5}},\ \sqrt[3]{12,8},\ \sqrt[3]{5\frac{2}{5}}$

724. $\sqrt{a^3x},\ \sqrt{ax^3},\ \sqrt{ax}$ $\quad \sqrt{\frac{a}{x}},\ \sqrt{\frac{x}{9a}},\ \sqrt{ax^3},\ \sqrt{0,25ax}$

725. $\sqrt{\frac{bx^2}{a}},\ \sqrt{\frac{bx^4}{a}},\ \sqrt{\frac{x^2}{ab}}$

ДЕЙСТВИЯ НАД ИРРАЦИОНАЛЬНЫМИ ОДНОЧЛЕНАМИ

(§ 205)

726. $2\sqrt{8} - 7\sqrt{18} + 5\sqrt{72} - \sqrt{50}$

727. $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} - 9\sqrt{48}$

728. $2\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{60} - \sqrt{15} + \sqrt{\frac{3}{5}}$

729. $\frac{2}{3}\sqrt{18a^5b^3}+\frac{1}{5}\sqrt{50a^3b^3}-b\sqrt{\frac{2a}{b}}$

730. $\sqrt[3]{56}+\sqrt[3]{189}+\sqrt[3]{448}$

731. $p^2\sqrt[3]{54p^4x^4}-\frac{1}{2}p\sqrt[3]{16p^7x^4}$

732. $3\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}-(-5\sqrt[3]{a})$

733. $3\sqrt{2a^5}+4\sqrt[3]{16a^2}-3a^2\sqrt[3]{\frac{2}{a}}$

734. $\sqrt{4+4x^2}+\sqrt{9+9x^2}-\sqrt{a^2+a^2x^2}-5\sqrt{1+x^2}$

735. $\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{2}-\sqrt{27}$

736. $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}$ $\qquad$ $\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}$

737. $\sqrt{18}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{8}$ $\qquad$ $6\sqrt{8}\cdot 5\sqrt{2}$

738. $2\sqrt{5}\cdot\sqrt{12}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{15}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{a}\cdot 2\sqrt[3]{a^4}\cdot 3\sqrt[3]{a^4}$

739. $2\sqrt{\frac{3a}{x^2}}\cdot 4\sqrt{\frac{4x^4}{3a^3}}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{32a^3b^5}\cdot\sqrt[4]{8ab^4}\cdot\sqrt[4]{b^3}$

740. $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{15}\cdot\sqrt[6]{2}$ $\qquad$ $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{4}$

741. $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[6]{\frac{1}{3}}$ $\qquad$ $\sqrt{0,2}\cdot\sqrt[3]{0,5}\cdot\sqrt[6]{1000}$

742. $\sqrt{9x^2-4}\cdot\sqrt{\frac{3x-2}{(3x+2)^2}}$ $\qquad$ $\sqrt{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}$

743. $\sqrt{120a^3b}:\sqrt{3ab}$ $\qquad$ $18\sqrt{27a^3}:3\sqrt{30a}$

744. $\sqrt{a}:\sqrt{\frac{a}{b}}$ $\qquad$ $1:\sqrt{0,25}$

745. $\sqrt{2a}:\sqrt{\frac{1}{4a^2}}$ $\qquad$ $0,1\sqrt[3]{2x^2y^2z^{10}}:0,01\sqrt[3]{2xy^2z}$

746. $\sqrt{x}:\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $\sqrt{8}:\sqrt[3]{2}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{a^3}:\sqrt[3]{a}$

747. $\sqrt[3]{30a^2}:\sqrt{\frac{0,03}{a}}$ $\qquad$ $8a^2\sqrt[6]{81m^4n^5}:2a\sqrt[3]{3mn}$

748. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2ab}\right)^3$ $\qquad$ $\left(2\sqrt[3]{\frac{1}{2}a^2x}\right)^2$ $\qquad$ $(3a^2x\sqrt[3]{a+b})^2$

749. $\left(\sqrt[4]{(1+x^3)^3}\right)^2$ $\qquad$ $\left(\sqrt[5]{x^2}\cdot\sqrt{x}\right)^{10}$ $\qquad$ $(3ab^2\sqrt[3]{a^2b})^4$

750. $\left(\sqrt{\frac{2a}{\sqrt[4]{1+x}}}\right)^3$ $\qquad$ $\left(\sqrt[3]{\sqrt{3ax}}\right)^2$ $\qquad$ $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a}}\right)^3$

751. $(-0,1a^2x\sqrt[3]{ax})^3$ $\qquad$ $\left(-\frac{1}{3}x^m\sqrt[4]{2ax}\right)^4$

752. $\sqrt{\sqrt[3]{a}}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\sqrt{ab}}$ $\qquad$ $\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}$

753. $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$ $\sqrt{a\sqrt{a}}$ $\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

754. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ $\sqrt{\frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{16}{3}}}$ $\sqrt[3]{2a\sqrt{\frac{1}{4}a}}$

755. Основываясь на равенстве $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[mn]{a}$, вычислить следующие корни:

$\sqrt[4]{15}$ $\sqrt[4]{144}$ $\sqrt[4]{512}$ $\sqrt[6]{117\,649}$

ДЕЙСТВИЯ НАД ИРРАЦИОНАЛЬНЫМИ МНОГОЧЛЕНАМИ

(§ 206)

756. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ $(\sqrt[3]{a}+2)(\sqrt[3]{a}-2)$

757. $(\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x})^2$ $\left(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

758. $(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})$

759. $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

760. $\left(2\sqrt{a}+3\sqrt{b}+\frac{1}{2}\sqrt{c}\right)^2$

Упростить следующие выражения:

761. $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}-\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

762. $\left(a\sqrt{\frac{b}{a}}+b\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\left(a\sqrt{\frac{b}{a}}-b\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$

763. $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}+\frac{3\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}-\frac{3x+\sqrt{x}}{1-x}$

764. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2)(\sqrt{x}-\sqrt{y})$

765. $\frac{1}{4(1+\sqrt{x})}+\frac{1}{4(1-\sqrt{x})}+\frac{1}{2(1+x)}$

766. $\left[\sqrt{\frac{4+\sqrt{11}}{2}}-\sqrt{\frac{4-\sqrt{11}}{2}}\right]^2$

Проверить, что следующие уравнения удовлетворяются при указанных значениях x:

767. $x^2-4x+1=0$ при $x=2+\sqrt{3}$

768. $x^2-10x+13=0$ при $x=5-2\sqrt{3}$

769. $x^3-9x^2+21x-13=0$ при $x=4-\sqrt{3}$

770. $2x^3+3x^2-4x+1=0$ при $x=\sqrt{2}-1$

ОСВОБОЖДЕНИЕ ЗНАМЕНАТЕЛЯ ДРОБИ ОТ РАДИКАЛОВ

(§ 207)

771. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{2}{\sqrt{2}}$ $\frac{5}{\sqrt{5}}$ $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ $\frac{a}{\sqrt{a}}$

772. $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ $\frac{2}{3+\sqrt{2}}$ $\frac{13}{7-\sqrt{6}}$ $\frac{10}{2+3\sqrt{5}}$ $\frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$

773. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\frac{x}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $\frac{9-5\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}}$ $\frac{\frac{5}{6}\sqrt{0,7}}{2+\sqrt{\frac{5}{6}}}$

774. $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$ $\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ $\frac{a+b\sqrt{x}}{a-b\sqrt{x}}$ $\frac{1}{\sqrt{x+5}-2}$

775. $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Упростить следующие выражения:

776. $\frac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}+\frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

777. $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$ $\frac{1}{a\sqrt{1+b^2}+b\sqrt{1+a^2}}$

Упростить и вычислить до 3-го десятичного знака:

778. $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3+\sqrt{3}}$ $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

(§ 210)

779. $3x^2-147=0$ $\frac{1}{3}x^2-3=0$ $x^2+25=0$

780. $\frac{3(x^2-11)}{5}-\frac{2(x^2-60)}{7}=36$ $\frac{4}{x-3}-\frac{4}{x+3}=\frac{1}{3}$

781. $2x^2-7x=0$ $\frac{3}{7}x^2+x=0$ $0,2x^2-\frac{3}{4}x=0$

782. $\frac{15x}{2}=\frac{810}{3x}$ $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{16}$

783. $(3x+1,5)(3x-1,5)=54$ $(x-3)^2=5(5-x)-x$

784. $(7+x)(9-x)+(7-x)(9+x)=76$

785. $x^2=x$ $x^2-16x=0$ $7x^2=0$ $0,7x^2=0$

786. $(x-2)(x-5)=0$ $x(x+4)=0$ $3(y-2)(y+3)=0$

787. Между катетами a и b прямоугольного треугольника и высотою h, опущенною на гипотенузу, существует такая зависимость: [1])

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$$

---

[1]) Эту зависимость легко вывести, если примем во внимание, что площадь треугольника с одной стороны равна $\frac{1}{2}ab$, а с другой $\frac{1}{2}hx$, если x означает гипотенузу; значит, $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}hx$. Отсюда можно найти x и затем x^2. Остается подставить найденное для x^2 выражение в формулу: $x^2=a^2+b^2$ и затем преобразовать полученное равенство.

Определить отсюда b в зависимости от a и h.

788. Объем V конуса находится по формуле:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h,$$

где r есть радиус основания, h — высота конуса и π — отношение длины окружности к своему диаметру, равное 3,14...

Определить из этой формулы r в зависимости от V и h.

ГРАФИК ДВУЧЛЕНА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

(§ 212)

Построить графики следующих двучленов 2-й степени и определить по этим графикам корни тех неполных квадратных уравнений, которые получатся, если двучлены приравняем нулю:

789. $y = x^2 + 4 \qquad y = x^2 - 4 \qquad y = \frac{1}{3}x^2 - 3$

790. $y = \frac{1}{3}x^2 + 3 \qquad y = 2x^2 - 1 \qquad y = \frac{1}{2}x^2 + x$

РЕШЕНИЕ ПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОСРЕДСТВОМ ДОПОЛНЕНИЯ ЛЕВОЙ ЧАСТИ ДО ПОЛНОГО КВАДРАТА

(§ 214)

Решить следующие квадратные уравнения, дополнив левую часть их до полного квадрата (квадратные корни можно взять из таблиц).

791. $x^2 + 2x = 5 \qquad x^2 - 2x = 1$

792. $x^2 + 3x = \frac{3}{4} \qquad x^2 - 3x = -2\frac{1}{4}$

793. $x^2 - 6x + 1 = 0$ (обращая внимание на первые 2 члена, мы замечаем, что к ним надо добавить 3^2, т. е. 9, чтобы получить квадрат разности; но 1 уже добавлена в самом уравнении; значит, достаточно прибавить к обеим частям уравнения по 8. Тогда получим: $x^2 - 6x + 9 = 8$, т. е. $(x-3)^2 = 8$).

794. $x^2 - 5x + 1\frac{1}{4} = 0 \qquad x^2 + 8x + 11 = 0$

795. $x^2 + 5x - 3 = 0 \qquad x^2 - 3x = -1$

796. $18x^2 - 30x = -9 \qquad 5x^2 - 4x - 3 = 0$

797. $7x^2 + 21x = 5 \qquad \frac{x^2}{2} + x = 2$

798. $x^2 + 2x + 14 = 0$ (корни мнимые).

РЕШЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ ПО ФОРМУЛЕ ЕГО КОРНЕЙ

(§ 215)

799. $x^2 - 5x + 6 = 0$

800. $x^2 + 10x + 5 = 2x^2 - 6x + 53$

801. $x^2+6x=27$

802. $x^2-5\frac{3}{4}x=18$

803. $x^2-8x=14$

804. $9\frac{3}{5}x-21\frac{15}{16}=x^2$

805. $12x-\frac{6}{x}=21$

806. $x+2=\frac{9}{x+2}$

807. $x+\frac{1}{x-3}=5$

808. $\frac{x}{7}+\frac{21}{x+5}=6\frac{5}{7}$

809. $x+\frac{1}{x}-\frac{5}{2}=0$

810. $x+5-\frac{8}{x-5}=7$

811. $\frac{x-5}{4}-\frac{4}{5-x}=\frac{3x-1}{4}$

812. $x^2+2x=1{,}43$

813. $\frac{2}{x-1}-\frac{x-1}{2}=\frac{2}{x-6}-\frac{x-6}{2}$

814. $\frac{2x}{x-d}=\frac{x-d}{d}$

815. При каком значении t произведение $2t-5$ на $t-4$ равно сумме $t+8$?

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ ПО ОБЩЕЙ ФОРМУЛЕ ЕГО КОРНЕЙ

(§§ 216 — 217)

816. $2x^2-3x-5=0$

817. $(2x-3)^2=8x$

818. $9x^2+12x+4=0$

819. $5x^2-37x+14=0$

820. $9\frac{1}{3}x^2-90\frac{1}{3}x+195=0$

821. $2x^2-3x-1=0$

822. $5x^2-8x+0{,}24=0$

823. $65x^2+118x-55=0$

824. $(x-3)\ (x-4)=12$

825. $\frac{31}{6x}-\frac{16}{117-2x}=1$

826. $\frac{x}{x+60}=\frac{7}{3x-5}$

827. $x+\frac{1}{x}=a+\frac{1}{a}$

828. $x^2-2ax+a^2-b^2=0$

829. $\frac{x-a}{a}=\frac{2a}{x-a}$

830. $abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0$

831. $4a^2x=(a^2-b^2+x)^2$

832. В выражении: $x^2-xy+2x-3y$ подставить вместо y его величину, определенную из уравнения: $2x-y=3$. Найти затем 2 значения x, при котором это выражение равно 3.

833. Написать таблицу значений функции:

$$y=x+\frac{1}{x}$$

для следующих значений x:

1, 2, 3, 4, 10, —1, —2, —3, —4, —10

Показать затем, что каждому из этих значений функции y соответствует другое значение x, при котором y имеет ту же величину, и найти это другое значение.

834. Построить график функции:

$$y=x+\frac{1}{x}$$

и по этому графику найти решение уравнения:

$$x+\frac{1}{x}=3.$$

Проверить это решение алгебраически.

835. Известно, что трехчлен ax^2+bx+c равен 4 при $x=3$, 20 при $x=4$ и 34 при $x=-3$. Найти коэффициенты a, b, c и затем корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.

836. В каком случае можно утверждать с первого взгляда, что уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет вещественные корни?

837. Найти 2 числа, которых произведение равно 750, а частное от деления большего числа на меньшее равно $3\frac{1}{3}$.

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

(После § 217)

838. Произведение двух чисел, увеличенное на сумму их, равно 999. Найти эти числа, если известно, что одно больше другого на 15.

839. Сумма неизвестного числа с его квадратом составляет 132. Найти его.

840. Сумма двух чисел равна 14, а сумма их квадратов равна 100. Найти их.

841. Найти число, квадрат которого превосходит само число на 306.

842. Найти три последовательных четных числа, чтобы сумма их квадратов равнялась 776.

843. Площадь прямоугольника равна 48 *кв. см*, а периметр его 28 *см*. Найти стороны.

844. Три числа пропорциональны числам 1 : 2 : 3. Сумма их квадратов составляет 1134. Найти эти числа.

845. Ученик должен был написать выражение $(x+4)$ $(x+15)$; но он по ошибке пропустил скобки и написал просто $x+4x+15$. Определить, не существует ли такое значение x, при котором оба выражения имеют одинаковую численную величину.

846. Какое число, сложенное с обратным ему числом, составляет в сумме a?

847. Некоторое двузначное число, умноженное на сумму его цифр, дает 814; найти это число, зная, что цифра его десятков превосходит на 3 цифру простых единиц.

848. Ученики старшего класса школы пожелали обменяться фотографиями, для чего понадобилось 1056 фотографий. Сколько было учеников?

849. Найти стороны прямоугольного треугольника, зная, что они выражаются тремя последовательными целыми числами.

850. Если многоугольник имеет n сторон, то число всех его диагоналей равно $\frac{1}{2}n(n-3)$. Определить, сколько сторон должен иметь многоугольник, чтобы всех диагоналей у него оказалось 54.

851. Диагональ прямоугольника равна 26 *см*, а одна сторона короче другой на 14 *см*. Найти площадь прямоугольника.

852. Длина куска бумаги, имеющего форму прямоугольника, на 5 *см* превосходит ширину его. Если этот кусок обрезать со всех сторон на $\frac{1}{2}$ *см*, то площадь оставшейся части будет 500 *кв. см*. Найти длину и ширину необрезанного куска.

853. В квадрате диагональ на 5 *см* длиннее его стороны. Найти сторону.

854. В ромбе со стороною a одна диагональ больше другой на m. Найти диагонали.

855. Квадратный пруд окружен со всех сторон дорожкою, шириною 2 *м*. Площадь дорожки в $1\frac{1}{4}$ раза превосходит площадь пруда. Вычислить размеры пруда.

856. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25 единицам, а сумма катетов составляет 31 единицу. Найти катеты.

857. От трех равных стержней отрезаны куски, соответственно равные 7, 8 и 15 *см*. Остались такие части, из которых можно образовать прямоугольный тр-к.

Какой длины были стержни?

858. Хорда, длиною в a *см*, пересекается другою хордою пополам; длина этой другой хорды равна b *см*. Найти ее отрезки.

859. Найти ширину кольца, заключающегося между двумя концентрическими окружностями, зная, что площадь кольца равна площади внутреннего круга и что радиус этого внутреннего круга есть 1 *м* (площадь круга равна квадрату радиуса, умноженному на $\frac{22}{7}$).

860. Периметр прямоугольника, вписанного в круг диаметра в 13 *м*, равняется 34 *м*. Найти его стороны.

861. Разделить 10 на 2 части, которых квадраты относились бы как 13 : 7; вычислить эти части с точностью до $\frac{1}{100}$.

862. Найти такое целое число, положительное или отрицательное, чтобы квадрат его, увеличенный на его куб, был в 9 раз больше этого числа, увеличенного на 1.

Решение. Обозначив искомое число буквою x, получим уравнение:

$$x^2 + x^3 = 9(x+1) \quad \text{или} \quad x^2(1+x) = 9(1+x).$$

Если $1 + x \neq 0$, то уравнение можно сократить на $1 + x$; по сокращении получим квадратное уравнение:

$$x^2 = 9; \text{ откуда } x = \pm 3.$$

Если же $1 + x = 0$, то уравнение нельзя сократить на $1 + x$ (§ 123); но тогда, очевидно, один корень уравнения будет $x = -1$. Следовательно, уравнение имеет 3 корня: -1, -3 и $+3$.

863. Произведение трех последовательных чисел натурального ряда в 5 раз больше их суммы. Найти эти числа.

864. Аэроплан пролетел по прямой линии 150 *км*, тотчас же повернул назад и по прямой линии вернулся к начальному месту через 4 часа после начала полета. Туда он летел против ветра, оттуда по ветру.

какова была скорость этого ветра, если скорость движения самого аэроплана при безветрии равна 80 *км* в час?

865. Длины сторон треугольника суть a, b и c ($a \geqslant b \geqslant c$). Какую длину x надо отнять от каждой стороны, чтобы треугольник со сторонами $a-x$, $b-x$ и $c-x$ был прямоугольный?

866. Товарный поезд выехал со станции A на станцию B, отстоящую от A на 40 *км*. Через полчаса после его отправления со станции A пущен к станции B (по другой колее) пассажирский поезд, который, обогнав товарный, прибыл на станцию B на полчаса раньше товарного. Как велика скорость пассажирского поезда, если известно, что она более скорости товарного поезда на 20 *км* в час?

867. A заработал в день 12 руб., а B 12 руб. 50 коп. A получал за каждый час работы на 25 коп. больше, чем B, но работал двумя часами меньше, чем B. Сколько в час получал A и сколько B?

868. Перемножив два трехзначных числа: $31x$ и $3x1$ (буква x заменяет некоторую неизвестную цифру), получим шестизначное число $11x60x$ (буква x заменяет ту же цифру, что и прежде). Какую цифру заменяет буква x?

869. Куплено несколько платков за 60 руб. Если бы за эту же сумму платков было куплено тремя больше, то каждый платок стоил бы на 1 руб. дешевле. Сколько куплено платков?

Решение. Положим, что платков куплено x; тогда каждый платок стоит $\frac{60}{x}$ руб. Если бы платков за эту же сумму было куплено не x, а $x+3$, то каждый платок стоил бы $\frac{60}{x+3}$ руб. По условию задачи последняя цена должна быть на 1 руб. меньше первой цены; следовательно,

$$\frac{60}{x+3}=\frac{60}{x}-1.$$

Умножим все члены уравнения на общий знаменатель $(x+3)x$:

$$60x=60(x+3)-(x+3)x,$$

т. е.

$$60x=60x+180-x^2-3x,$$

или

$$x^2+3x-180=0.$$

Откуда

$$x=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}+180}=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{729}{4}}=-\frac{3}{2}\pm\frac{27}{2};$$

следовательно,

$$x_1=-\frac{3}{2}+\frac{27}{2}=12 \qquad x_2=-\frac{3}{2}-\frac{27}{2}=-15.$$

Первое решение дает ответ на вопрос задачи: платков было куплено 12. Действительно, тогда каждый платок стоил 5 руб., а если бы их было куплено тремя более, т. е. 15, то каждый платок стоил бы 4 руб., т. е. на 1 руб. дешевле. Чтобы найти смысл второго решения, изменим в нашем уравнении x на $-x$; тогда получим новое уравнение:

$$\frac{60}{-x+3}=\frac{60}{-x}-1,$$

корни которого, очевидно, будут те же, что и у первого уравнения, но с противоположными знаками, т. е. —12 и +15; значит, прежнее отрицательное решение сделалось теперь положительным. Чтобы сообразить, как надо изменить задачу, чтобы она соответствовала новому уравнению придадим этому уравнению другой вид, умножив обе его части на —1:

$$\frac{60}{x-3}=\frac{60}{x}+1.$$

Теперь очевидно, что новое уравнение соответствует такой измененной задаче:

Куплено несколько платков за 60 руб. Если бы за эту же сумму было куплено платков тремя менее (а не более, как в данной задаче), то каждый платок стоил бы на 1 руб. дороже (а не дешевле, как в данной задаче). Сколько куплено платков?

Ответом для такой измененной задачи служит решение 15. Действительно, тогда каждый платок стоит 4 руб., а если бы их было куплено тремя менее, т. е. 12, то каждый платок стоил бы 5 руб., т. е. на 1 руб. дороже.

870. В треугольнике ABC высота AN, опущенная из A на сторону BC, равна 2 *см*, сторона BC равна 5 *см* и отрезок $BN=x$. Составить выражение для AB^2 и для AC^2, затем написать уравнение, содержащее x, если дано, что $AC=2AB$. Решить полученное уравнение и объяснить значение отрицательного корня.

871. В первой группе школы было роздано 180 листов бумаги, каждому поровну. Во второй группе было роздано такое же число листов бумаги и также поровну. Каждый ученик этой группы получил на 6 листов более, чем в первой группе. По скольку листов получил каждый ученик первой группы, если во второй группе было на 40 учеников меньше, чем в первой?

872. Назначено для выдачи пособий безработным 864 руб.; но 6 человек из тех, которым предполагалось раздать деньги, оказались ненуждающимися в помощи, вследствие чего каждый из остальных получил на 2 рубля больше, чем предполагалось прежде. Скольким безработным предполагалось раздать деньги?

873. На покупку обуви для пешей экскурсии группы школьников, состоявшей из мальчиков и девочек, общим числом 20 человек, было израсходовано 480 руб., из которых одна половина пошла на мужскую обувь, а другая на женскую. Сколько было в группе мальчиков и сколько девочек, если за каждую пару мужской обуви платили на 10 руб. дороже, чем за пару женской обуви?

874. Два велосипедиста отправляются одновременно в город, отстоящий на 90 *км* от места отправления. Первый велосипедист в каждый час проезжает на 1 *км* более, чем второй, и прибывает к месту назначения на 1 час раньше второго. Сколько километров каждый из них проезжает в час?

875. На фабрике работали 32 рабочих, мужчин и женщин, причем каждый мужчина получал в неделю на 2 руб. больше, чем женщина. Сколько было тех и других, если мужчины и женщины получали в неделю поровну, именно по 60 руб.?

876. Сельскохозяйственное товарищество купило стадо баранов за

900 руб. Из них 9 баранов оно оставило для себя, а остальных продало другим крестьянам за 792 руб., причем взяло с них по 2 руб. на каждого барана на покрытие расходов. Сколько было куплено баранов?

877. Кустарь купил сырье и затем продал его за 24 руб., потеряв при этом столько процентов, сколько рублей ему стоил товар. Сколько заплатил кустарь за сырье?

878. Крестьянам надо было вспахать 90 гектаров земли. Они рассчитали заранее, сколько рабочих дней понадобится для этой работы, если ежедневно вспахивать поровну. Но в действительности работа оказалась труднее, так что ежедневно пришлось вспахивать на $1^1/_2$ гектара менее, чем предполагалось, и потому число рабочих дней оказалось на 5 больше, чем крестьяне рассчитывали. Какое число гектаров ежедневно вспахивалось в действительности?

879. Ковер расположен на полу комнаты так, что между ним и стенками остается полоса пола одинаковой ширины в *a см*. Найти длину и ширину этого ковра, если: 1) длина его больше ширины на *b см* и 2) площадь его равняется площади той части пола, которая не покрыта ковром.

Указание. Если ширину обозначим x, то получится уравнение такое:

$$x(x+b)=4a^2+2ax+2(b+x)a.$$

Из него найдем:

$$x=\frac{4a-b\pm\sqrt{32a^2+b^2}}{2}$$

СВОЙСТВА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

(§ 219)

Чему равны сумма и произведение корней каждого из следующих уравнений:

880. $x^2-8x-9=0$ $\qquad x^2-1=-x$

881. $x^2+2=x$ $\qquad 6-5x+3x^2=0$

882. $\frac{1}{2}x^2=2x+1$ $\qquad x^2-7x=0$

883. Зная, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ в сумме дают $-p$, а в произведении q, составить формулы для суммы квадратов и суммы четвертых степеней корней того же уравнения.

884. Показать, что если α и β суть корни ур. $x^2+mx+m^2-2=0$, то $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=2$.

885. Один корень квадратного уравнения с рациональными коэффициентами равен $3+\sqrt{2}$; какой будет другой корень?

886. Один корень квадратного уравнения с вещественными коэффициентами есть $m+\sqrt{-n}$; написать уравнение.

Составить квадратные уравнения, у которых корни были бы следующие числа:

887. 8 и 2 $\qquad$ 8 и -2 $\qquad$ -8 и 2 $\qquad$ -8 и -2

888. 5 и 0 $\qquad$ -5 и 0 $\qquad$ 4 и 4 $\qquad$ -4 и -4

889. $\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$ $\qquad$ $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{5}{4}$ $\qquad$ $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$

890. $a-b$ и $a+b$ $\qquad \frac{a+b}{a-b}$ и $\frac{a-b}{a+b}$

891. $1+\sqrt{3}$ и $1-\sqrt{3}$ $\qquad 2+\sqrt{5}$ и $2-\sqrt{5}$

892. $3\sqrt{10}-12$ и $-3\sqrt{10}-12$

893. Определить p и q в уравнении $x^2+px+q=0$ при условии, чтобы корни этого уравнения оказались p и q.

894. Каким условиям должно удовлетворять число k, чтобы уравнение $5x^2-10x+k=0$ имело корни: 1) вещественные положительные; 2) вещественные отрицательные; 3) равные; 4) вещественные и разных знаков; 5) оба мнимые.

РАЗЛОЖЕНИЕ ТРЕХЧЛЕНА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ НА МНОЖИТЕЛИ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 221—223)

895. $x^2-17x+70$ $\qquad x^2+3x-88$

896. $3x^2-14x+8$ $\qquad 6x^2+x-1$

897. $20x^2+17x-24$ $\qquad x(x+8)-20$

898. $x(x+1)(x-2)-3x-3$

899. $2a^2+ab-21b^2$

Указание. Надо рассматривать данное выражение как трехчлен 2-й степени относительно a или относительно b.

900. $6(p^2-q^2)+5pq$

901. $1-3(1-2a)+3(1-2a)(1-3a)$.

902. Найти такой трехчлен 2-й степени, который обращался бы в нуль при $x=3+\sqrt{2}$ и при $x=3-\sqrt{2}$ и которого численная величина при $x=5$ составляла бы 10.

Сократить следующие дроби (предварительно разложив числитель и знаменатель каждой дроби на множители):

903. $\frac{x^2+6x-91}{x^2+8x-105}$ $\qquad \frac{2x^2+8x-90}{3x^2-36x+105}$

904. $\frac{x^2+3ax+2a^2+ab-b^2}{x^2+2ax+a^2-b^2}$

Разложив на множители следующие трехчлены, определить, для каких значений x эти трехчлены будут давать положительные числа и для каких отрицательные:

905. x^2-6x+9 $\qquad x^2-14x+45$

906. x^2-4x-5 $\qquad 12-x-6x^2$

ГРАФИК ТРЕХЧЛЕНА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 224—225)

Составив таблицы частных значений, построить графики следующих трехчленов:

907. $y=x^2-2x-2$ $\qquad y=2x^2+3x-2$

908. $y=x^2+4x-1$ $\qquad y=-x^2+2x-2$

[redacted] а) определить x, при котором $y=$ б) определить y, соответствующий $x=2{,}8$; в) решить уравнение

$x^2-3x-5=0$; г) решить уравнение $x^2-3x=6$ (т. е. уравнение $x^2-3x-5=6-5=1$); д) решить уравнение $x^2-3x-2=0$.

910. Построить график $y=3x^2+7x-6$ и при его помощи решить уравнения:

$$3x^2+7x-6=0 \qquad 3x^2+7x+2=0 \qquad x^2+\frac{7}{3}x-4=0$$

911. Построить график $y=x^2+3x+1{,}75$ для значений x, заключающихся между -4 и $+2$. Пользуясь графиком, решить уравнения:

$$x^2+3x+1{,}75=0 \qquad 2x^2+6x=2{,}5$$

912. Чем сходны и чем разнятся все параболы, изображающие функцию $y=x^2+px+q$ при различных значениях p и q?

913. Каково взаимное положение параболы $y=x^2+px+q$ и прямой $y=px+q$?

914. Сколько значений для x и y надо задать, чтобы функция $y=ax^2+bx+c$ была вполне определена? Как геометрически истолковать ответ на этот вопрос?

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

(§ 226)

915.	$x^2=x+6$	$x^2=2x+2$	$x^2=2-3x$
916.	$x^2=3x+5$	$x^2=12x-36$	$x^2=\frac{3x+4}{2}$
917.	$x^2+x-1=0$	$x^2-2x-5=0$	$x^2-4x-5=0$
918.	$3+x-x^2=0$	$x^2-x=7$	$-x^2+2x-2=0$

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ТРЕХЧЛЕНА. ИЗМЕНЕНИЕ ЕГО

(§§ 227 — 228)

Какие из следующих трехчленов имеют наибольшее и какие наименьшее значение; найти эти значения (§ 228) и проследить изменение трехчленов:

919.	$2x^2-3x+1$	$-3x^2+6x+2$
920.	$2x-2-3x^2$	$2x(3-x)$
921.	$2-3x^2+6x$	$\frac{1}{2}x^2-2x-7$
922.	$(x-1)(x-3)$	$(x+1)^2+(x+3)^2$

923. Разложить число 20 (вообще число a) на две части: x и $20-x$ (вообще x и $a-x$) и каждую часть возвысить в квадрат. Проследить изменение суммы этих квадратов при изменении x от 0 до 20 (от 0 до a). Определить наименьшее значение этой суммы.

924. Число a разложить на две части: x и $a-x$ и каждую часть возвысить в куб. Проследить изменение суммы этих кубов при изменении x от 0 до a. Найти наименьшую величину этой суммы.

[redacted] $2p$, будет наименьшая диагональ?

Указание. Если x будет основание прямоугольника, то диагональ его

равна $\sqrt{x^2+(p-x)^2}$. Найдя наименьшую величину подкоренного выражения, мы затем легко найдем и наименьшую величину радикала.

926. Из всех квадратов, которые можно вписать в данный квадрат (так, чтобы вершины вписанного квадрата лежали на сторонах данного квадрата), какой имеет наименьшую площадь?

927. Показать, что произведение xy двух переменных чисел, которых сумма равна постоянному числу a, получает наибольшее значение при равенстве этих чисел $\left(x=y=\frac{a}{2}\right)$.

928. Число 100 разложить на две части: x и $100-x$. Проследить изменение произведения этих частей при изменении x от 0 до 100. Установить при этом, что наибольшая величина этого произведения будет тогда, когда обе части одинаковы, т. е. когда $x=50$.

929. Из всех прямоугольников, которые можно вписать в данный треугольник так, чтобы основание прямоугольника лежало на основании треугольника и две вершины лежали на боковых сторонах его, какой будет иметь наибольшую площадь?

Решение. Если основание и высоту треугольника обозначим b и h, а основание и высоту прямоугольника x и y, то из подобия треугольников легко вывести пропорцию: $b:x=h:(h-y)$, откуда $x=\frac{b(h-y)}{h}$. Следовательно, площадь прямоугольника $=xy=\frac{by(h-y)}{h}$. Наибольшая величина этой дроби будет, очевидно, при таком значении y, при котором произведение $y(h-y)$ окажется наибольшим. Так как сумма $(h-y)+y$ равна постоянной величине h, то согласно задаче № 927, наибольшая величина произведения $y(h-y)$ будет при условии: $y=h-y$, откуда находим: $y=\frac{1}{2}h$.

НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

(§ 228, 2)

930. Показать, что трехчлен $4x^2-12x+11$ есть число положительное при всяком вещественном значении x.

Для каких значений x следующие выражения будут положительны и для каких отрицательны:

931. $x^2-8x+16$ $\qquad x^2-3x-4$ $\qquad x^2+8x+15$

932. $x^2-14x+45$ $\qquad x^2-4x+5$ $\qquad 2x^2-x-2$

933. $-2x^2-x+10=-(2x^2+x-10)$

Решить неравенства:

934. $x^2-2x-15<0$ $\qquad x^2+2x+10>0$

935. $4x^2-16x+15>0$ $\qquad -2x^2+8x-10>0$

936. При каких значениях m корни уравнения

$$x^2+2(m-2)x+3m-8=0$$

будут вещественны?

937. То же — для a в уравнении: $ax^2-3ax+x+a=0$

БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(§ 229)

939. $x^4-5x^2+4=0$ $\qquad$ $x^4-10x^2+9=0$
940. $x^4+9=6x^2$ $\qquad$ $x^4-8x^2=9$
941. $x^4-2x^2-3=0$ $\qquad$ $2x^4-7x^2=4$
942. $x^4-25x^2+144=0$ $\qquad$ $x^4+2x^2=63$
943. $x^4=2(x^2-1)$ $\qquad$ $\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{a^2}{x^2+a^2}$

944. Не решая уравнений, определить характер корней и знаки вещественных корней всех уравнений, указанных в упражнениях №№ 939 — 943.

УРАВНЕНИЯ, У КОТОРЫХ ЛЕВАЯ ЧАСТЬ РАЗЛАГАЕТСЯ НА МНОЖИТЕЛИ, А ПРАВАЯ ЕСТЬ НУЛЬ

(§ 230)

945. $(x-1)^2(x-4)=0$ $\qquad$ $x(x+1)(x-4)=0$
946. $(2x-3)^2(2x+5)=0$ $\qquad$ $x(x+1)^2(2x+5)=0$
947. $x^3+x^2-42x=0$ $\qquad$ $5(y+1)(y+2)(y+4)=0$
948. $(x-3)^3-5(x-3)^2+4(x-3)=0$
949. $x(x^2-0{,}6x-1{,}6)=0$
950. $4(x^3+1)-13(x+1)^3=0$

Замечание. В последнем примере надо x^3+1 разложить на 2 множителя так:

$$x^3+1=x^3+x^2-x^2+1=x^2(x+1)-(x^2-1)=$$
$$=x^2(x+1)-(x-1)(x+1)=(x+1)(x^2-x+1)$$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(§§ 231 — 234)

951. $x-5=\sqrt{x}+1$ $\qquad$ $3+2\sqrt{x}=5$ $\qquad$ $\sqrt{3x-5}-4=5$
952. $5\sqrt{x}-7=3\sqrt{x}-1$ $\qquad$ $7\sqrt{3x}-1=5\sqrt{3x}+5$

(в двух последних примерах предварительно сделать приведение подобных радикалов).

953. $\sqrt{x^2-3x-1}+7=2x$ $\qquad$ $x-\sqrt{25-x^2}=7$
954. $x+\sqrt{169-x^2}=17$ $\qquad$ $\sqrt{4x^2+8x-11}=2x+1$
955. $2x-3=\sqrt{x^2+72}$ $\qquad$ $\sqrt{6+3\sqrt{2x+15}}=3$
956. $4-\sqrt{x}=\sqrt{4+x}$ $\qquad$ $\sqrt{32+x}=16-\sqrt{x}$
957. $\sqrt{x-7}=\sqrt{x+1}-2$. $\qquad$ $\sqrt{2x+6}-\sqrt{x-1}=2$
958. $\sqrt{x+20}-\sqrt{x-3}=3$ $\qquad$ $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+1}=12$
959. $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-5}=2$ $\qquad$ $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-5}=1$
960. $\sqrt{14+x}+\sqrt{5+2x}=1$ $\qquad$ $\sqrt{x+a^2}-\sqrt{x-2ab}=a$
961. $\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}+\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}=\dfrac{10}{3}$ $\qquad$ $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2x}}}=2$

963. $\sqrt{2x+7}+\sqrt{7x+2}=3\sqrt{3x+1}$

964. $\sqrt{x+3}-\sqrt{5x-25}=\frac{8}{\sqrt{x+3}}$

965. Найти стороны прямоугольного треугольника, у которого один катет больше другого на 7 *см*, а периметр равен 30 *см*.

966. Периметр прямоугольного треугольника равен 56 *м*, причем гипотенуза на 1 *м* длиннее одного из катетов. Найти стороны.

967. В четыреугольнике $ABCD$ угол B прямой, угол C тупой; $AB=4$ *см*, $BC=6$ *см*, $CD=2$ *см*. Стороны DC и AB продолжены до встречи в точке O. Найти длину OB, если $OA=OD$.

968. Определить глубину колодца, если, бросив в него камень, заметили, что звук от удара камня о воду послышался через n секунд после момента, в который камень был брошен в колодец (известно, что свободно падающее тело, если не считать сопротивления воздуха, проходит в t секунд пространство (в метрах), равное $\frac{1}{2}gt^2$, где $g=9,8$ *м*, а звук распространяется в воздухе со скоростью $v=340$ *м* в секунду).

Решение. Разобьем данное время n на 2 части: n_1 (секунд), в течение которых камень достигает воды в колодце, и n_2 сек., в течение которых звук из глубины доходит до уха наблюдателя. Тогда, принимая во внимание указанную выше формулу падения и скорость v распространения звука, мы можем написать два уравнения (если глубину колодца обозначим через x *м*:

$$x=\frac{1}{2}gn_1^2 \qquad x=vn_2$$

Откуда находим:

$$n_1=\sqrt{\frac{2x}{g}} \qquad n_2=\frac{x}{v}.$$

Так как, согласно заданию, $n_1+n_2=n$, то мы получим уравнение:

$$\sqrt{\frac{2x}{g}}+\frac{x}{v}=n, \qquad (1)$$

Уединив радикал и возвысив обе части в квадрат, получим:

$$\frac{2x}{g}=n^2-\frac{2nx}{v}+\frac{x^2}{v^2}, \qquad (2)$$

что после упрощения даст:

$$x^2-2\left(vn+\frac{v^2}{g}\right)x+v^2n^2=0.$$

Сразу видно, что корни этого квадратного уравнения должны быть одинаковых знаков (так как их произведение равно положительному числу v^2n^2) и оба положительны, так как их сумма составляет положительное число $2\left(vn+\frac{v^2}{g}\right)$.

Корни эти выражаются формулой:

$$x = vn + \frac{v^2}{g} \pm \sqrt{\left(vn + \frac{v^2}{g}\right)^2 - v^2n^2},$$

т. е.

$$x = vn + \frac{v^2}{g} \pm v^2\sqrt{\frac{2n}{vg} + \frac{1}{g^2}}.$$

Из двух знаков, стоящих в этой формуле, знак + должен быть отброшен, так как при этом знаке величина x (глубина колодца) была бы больше vn (пространства, проходимого звуком в n секунд), что, конечно, невозможно.[1] Таким образом, искомая глубина будет:

$$x = vn + \frac{v^2}{g} - v^2\sqrt{\frac{2n}{vg} + \frac{1}{g^2}}.$$

969. С аэростата бросили на землю камень и одновременно произвели выстрел. Наблюдатель, стоявший на земле недалеко от места падения камня, заметил, что звук от выстрела он услыхал через n секунд после того, как камень ударился о землю. На какой высоте находился аэростат?

Замечание. Решение этой задачи сводится к уравнению, которое отличается от уравнения предыдущей задачи только тем, что радикал надо взять со знаком —.

СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

(§§ 236—237)

970. $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=24 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=3 \\ xy=40 \end{cases}$ $\begin{cases} xy=a \\ \dfrac{x}{y}=b \end{cases}$

971. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=\dfrac{4}{3}x \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=96 \\ x-y=8 \end{cases}$ $\begin{matrix} x^2-y^2=156 \\ x-y=6 \end{matrix}$

972. $\begin{cases} 5x^2+y=3xy \\ 2xy-y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=17 \\ x^2+y^2+xy=217 \end{cases}$

973. $\begin{cases} x+y=74 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=12 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2-5xy+3y^2=48 \\ 3x-y=11 \end{cases}$

974. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$ $\left(\text{Положить } \dfrac{1}{x}=x',\ \dfrac{1}{x}=y'\right)$

---

[1] Этот посторонний корень произошел оттого, что уравнение (2) получается не только от возвышения в квадрат уравнения (1), но и от возвышения в квадрат другого уравнения, именно:

975. $\begin{cases} x^2+y^2=84 \\ x+y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ 4x^2+5y^2=84 \end{cases}$

976. $\begin{cases} 25x^2-9y^2=675 \\ 5x+3y=45 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=50 \\ 2x-3y=11 \end{cases}$

977. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=6x+0 \\ y=2x+3 \end{cases}$

978. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{x-4} \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{y-9} \end{cases}$

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ.

(§ 238)

Решить графически следующие системы:

979. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=\frac{1}{3}x \end{cases}$

(Нетрудно убедиться из построения, что геометрическое место точ координаты которых удовлетворяют первому уравнению, есть окру ность, описанная радиусом, равным 5 единицам, из начала координат, центра.)

980. $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ 5x-5y+3=0 \end{cases}$

981. $\begin{cases} y^2=16x \\ y=x+4 \end{cases}$

982. $\begin{cases} xy=36 \\ y=\frac{1}{4}x \end{cases}$

983. $\begin{cases} y^2=x \\ 12y=5x+36 \end{cases}$

984. $\begin{cases} y^2=4x \\ 2x-5y+12=0 \end{cases}$

985. $\begin{cases} x^2+y^2=33-2y \\ x^2+y^2-4x+6y=21 \end{cases}$

986. Построить на одном и том же чертеже (при одной еди длины) графики функций:

$$y=x^2-4x+4 \qquad x=y^2$$

и при их помощи определить вещественные корни уравнения:

$$y^4-4y^2-y+4=0.$$

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ ДВУХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

(После § 238)

987. Сумма трех чисел, составляющих непрерывную пропорцию, равна 39, а их произведение есть 729. Найти эти числа.

988. Найти 2 числа таких, чтобы их сумма равнялась их произведению и в то же время равнялась разности их квадратов.

989. Число дней, в течение которых могут исполнить некоторую работу двое рабочих, работая вместе, на 4 меньше числа дней, в течение которых эту работу мог бы окончить первый рабочий, и на 9 дней меньше числа дней, в течение которых ту же работу мог бы выполнить второй рабочий, работая отдельно. Во сколько дней могли бы окончить работу рабочие, если бы они работали отдельно?

Указание. Если числа дней, в течение которых могут окончить работу первый рабочий и второй рабочий, работающие отдельно, обозначим x и y, то уравнения будут такие:

$$x-4=y-9 \qquad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{x-4}$$

990. Рабочий A исполнил половину работы; после него вторую половину работы окончил другой рабочий B. На все это им понадобилось 24 рабочих дня. Если бы оба рабочих работали совместно, то им понадобилось бы только 9 дней работы. Во сколько дней каждый из рабочих мог бы исполнить работу, работая один?

991. Два пешехода должны пройти путь в 270 *км*. Один из них проходит ежедневно на 6 *км* больше, чем другой, вследствие чего он употребляет на весь путь на $1\frac{1}{2}$ дня меньше, чем другой. Во сколько дней каждый из них проходит весь путь?

992. Поле имеет форму прямоугольника. Определить его площадь зная, что: 1) если длину его уменьшить, а ширину увеличить на 12 *м*, то оно получает форму квадрата; 2) если же длину увеличить, а ширину уменьшить на 12 *м*, то площадь его окажется 15 049 *кв. м*.

993. Диагональ прямоугольного параллелепипеда, которого высота равна 3 *м*, составляет 13 *м*; периметр его основания равен 32 *м*. Найти измерения этого тела.

994. В прямоугольном треугольнике гипотенуза, равная c, разделена высотою, опущенною на нее, на 2 отрезка, из которых один равен катету, не прилежащему к нему. Найти катеты.

995. В прямоугольном треугольнике гипотенуза есть c и сумма катетов равна s. Найти катеты.

996. У двух квадратов разность их диагоналей равна d, а сумма площадей есть s. Найти стороны.

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

(§§ 241 — 243).

997. Найти 30-й член А. П. : 3,7, ...

999. Сколько членов надо взять в прогрессии ÷ 4,8 ..., чтобы сумма равнялась 112?

1000. Найти 3 стороны прямоугольного треугольника, которые сост влялн бы А. П. с разностью 25.

1001. Найти члены, которые пропущены в следующих прогрессия

÷ 3, ?, 6, ?   ÷ 2, ?, ?, 10, ?   ÷ ?·12, ?, ?, ?, 1

1002. В А. П. 4, 7, 10..., продолженной неопределенно, буде ли член 4621?

1003. В А. П. 5, — 7, — 19, .. будет ли член, равный — 373?

1004. Найти сумму 103 членов А. П. 103, 101, ...

1005. Третий член А. П. есть 7, а девятый член 18. Найти 1-й 6-й члены.

1006. Показать, что если a, b и c суть последовательные члены А. П., то b есть среднее арифметическое между a и c.

1007. Если каждый член А. П. умножим на одно и то же число то полученный от этого ряд будет ли А. П.?

1008. 2-й член А. П. равен + 1, а 5-й член есть + 7. Найти сумм 1000 членов этой А. П.?

1009. Мальчик расположил 153 шарика рядами; в первом ряду о положил некоторое число этих шариков, во втором ряду на 1 меньше в третьем еще на 1 меньше и т. д. Сколько шариков положил он в 1-м ряду?

1010. Рабочему поручено вырыть колодец в 14 *м* глубины, приче условились платить ему за первый метр 90 коп., за второй 1 руб. 20 ко и т. д., увеличивая плату за каждый следующий метр глубины на 30 ко Сколько уплатили за всю работу?

1011. Сколько надо взять чисел натурального ряда, начиная с 1 чтобы их сумма составила число А?

1012. Показать, что сумма n последовательных нечетных чисел, начи ная с числа $n(n-1)+1$, равна n^3.

1013. Какое целое число равно сумме всех ему предшествующи целых чисел?

1014. Садовник должен посадить 25 деревьев, размещая их по пр мой линии так, чтобы промежутки между деревьями были по 5 *м* ка ждый. Посадив 1-е дерево, он отвозит в тачке оставшуюся землю к мес расположенному на 20 *м* перед первым деревом на той же прямой, которой должны быть расположены все деревья. Сбросив землю в кучу он возвращается назад, чтобы посадить 2-е дерево, и после поса отвозит оставшуюся землю в ту же кучу. Затем возвращается саж 3-е дерево и т. д. Какой величины путь должен сделать садовн 1) с тачкой, наполненной землею, и 2) с пустой тачкой?

1015. Найти число членов А. П., которой разность есть — 12, по следний член 15 и сумма всех членов 456.

1016. На сколько единиц сумма всех целых чисел от 51 до 100 вк чительно превосходит сумму целых чисел от 1 до 50 включительно?

1017. Сколько ударов сделают часы в течение суток, если они о вают целые часы и каждые полчаса?

[illegible] службы, получал жалованья: в 1-й 2000 руб., а в каждый последующий год больше на 40 руб.

в предыдущий, до тех пор пока жалованье не сделалось 2800 руб., после чего оно не повышалось, а оставалось неизменным. Узнать, сколько рублей получил служащий за 30 лет своей службы?

1019. Какова должна быть разность А. П. для того, чтобы сумма членов ее равнялась нулю?

1020. Могут ли стороны прямоугольного треугольника составлять А. П.?

1021. Тело, свободно падая с некоторой высоты, проходит в первую секунду 4,9 *м*, а в каждую следующую секунду на 8,9 *м* больше. С какой высоты упало тело, если падение продолжалось 10 секунд?

1022. Сумма первых шести членов А. П. равна 17. Найти эту прогрессию, зная, что ее 4-й член есть 3.

1023. Найти такое нечетное число, которое было бы на 1 больше пятой части суммы всех предшествующих нечетных чисел.

1024. Из уравнений (§ 243):

$$l = a + d(n-1) \quad \text{и} \quad s = \frac{(a+l)n}{2}$$

исключить l; другими словами, выразить s только в зависимости от a, d и n.

1025. Из уравнений:

$$s = \frac{1}{2}n[2a + (n-1)d] \quad \text{и} \quad l = a + d(n-1)$$

определить a и n, если:

$$1)\ d = \frac{1}{4},\ l = 1,\ s = \frac{5}{2} \qquad 2)\ d = 2,\ l = 11,\ s = 20.$$

1026. Показать, что сумма последовательных чисел натурального ряда, из которых самое малое равно $p^2 + 1$, а число всех чисел есть $2p + 1$, составляет $p^3 + (p+1)^3$.

1027. Показать, что если 1-й, 2-й и последний члены А. П. суть a, b и c, то их сумма равна:

$$\frac{(a+c)\ (b+c-2a)}{2(b-a)}.$$

1028. Найти 3 такие числа, чтобы они образовали А. П. с разностью d и чтобы сумма их равнялась их произведению.

1029. Показать, что если углы треугольника составляют А. П., то один из них равен 60°, и обратно: если один из углов равен 60°, то углы треугольника составляют А. П.

1030. Если стороны четыреугольника будут в последовательном порядке a, b, c и d и если, взятые в порядке a, b, d и c, они образуют А. П., то в таком четыреугольнике суммы противоположных сторон равны, т. е. $a + c = b + d$.

1031. Первые два члена А. П. суть a и b. Составить выражения для n-го члена и для суммы n членов. Вывести, что один член этой [redacted] ное число.

СУММА КВАДРАТОВ ЧИСЕЛ НАТУРАЛЬНОГО РЯДА

(§ 244)

1032. Найти сумму квадратов первых десяти чисел натурального ряда

1033. Найти сумму квадратов тридцати последовательных чисел натурального ряда, начиная с 5.

1034. Как велика сумма квадратов целых чисел: 1) от 4^2 до 10^2; 2) от 10^2 до 20^2, 3) от 8^2 до 15^2.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

(§§ 248—250)

1035. Найти первый член Г. П., у которой знаменатель 5 и седьмой член равен 62 500.

1036. Найти сумму первых восьми членов Г. П.: $5, \frac{5}{6}, \ldots$

1037. Какие из следующих рядов представляют собою Г. П.:

$2, 4, 8\ldots$ $\qquad$ $2^2, 4^2, 8^2, \ldots$

$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}\ldots$ $\qquad$ $1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{6}, 1\frac{1}{12}\ldots$

$9, -3, 1\ldots$ $\qquad$ $10, -5, -2\frac{1}{2}\ldots$

$x, x^2, x^4, x^8\ldots$ $\qquad$ $1, -1, 1, -1\ldots$

$1, 0, 1, 0, 1, 0\ldots$

1038. Найти четыре числа, зная, что они составляют Г. П., что их сумма равна 360 и что последнее число в 9 раз более второго.

1039. Найти сумму семи членов геометрических прогрессий:

$$1)\ \frac{1}{4}, -\frac{1}{3}\ldots,\ 2)\ \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\ldots,\ 3)\ 1, -2, \ldots$$

1040. Найти сумму двенадцати членов Г. П.: $1, \sqrt{2}, \ldots$

1041. Разложить 195 на 3 части, которые составляли бы Г. П., и чтобы третья часть превосходила первую на 120.

1042. Образовать такую Г. П. из четырех членов, чтобы сумма 1-го и 3-го членов равнялась 5, а сумма 2-го и 4-го была бы 10.

1043. 8-й член Г. П. есть 72, а 5-й член 9. Найти прогрессию.

1044. В Г. П. из семи членов сумма первых шести членов равна $157\frac{1}{2}$, а сумма последних шести членов вдвое более. Найти прогрессию.

1045. Заметили, что население одного города увеличивается с каждым годом в одном и том же отношении. Как велико это отношение, если за 3 года население увеличилось с 10 000 до 14 641 человека?

1046. Показать, что если a, b и c суть три последовательные чле [redacted] ское между a и c.

1047. В следующих Г. П. проставить пропущенные члены:

1) 2, ?, 50, ?; 2) 24, ?, 48; 3) 1, ?, ?, 24.

1048. Показать, что ряд, образованный числами, обратными членами Г. П., есть тоже Г. П. Верно ли такое свойство относительно А. П.?

1049. Показать, что если основания квадратов составляют Г. П., то и площади их также составляют Г. П.

1050. 5-й член Г. П. есть 61, а 11-й член равен 1647. Найти 7-й член.

1051. Доказать, что во всякой Г. П. сумма членов 4-го, 5-го и 6-го есть среднее геометрическое число между суммою 1-го, 2-го и 3-го членов и суммою 7-го, 8-го и 9-го членов.

1052. Разделить 76 на 3 такие части, составляющие Г. П., чтобы сумма 1-й и 3-й части относилась ко 2-й части, как 13 : 6.

1053. Разность между 1-м и 2-м членами Г. П. равна 8, а сумма 2-го и 3-го членов есть 12. Найти прогрессию.

1054. Найти сумму n членов ряда:

$$2-4+8-16+\dots$$

1055. Может ли сумма членов Г. П. равняться нулю? (Конечно, случай, когда $a=0$, исключается.)

1056. Как в Г. П., так и в А. П., члены могут встречаться и положительные и отрицательные. Какая разница в их расположении в том и другом случае?

1057. Могут ли стороны прямоугольного треугольника составлять Г. П.?

1058. Между двумя числами a и b вставить 2 новых числа x и y такие, чтобы составилась Г. П.: a, x, y, b.

1059. Между 2 и 5 вставить 3 числа x, y и z такие, чтобы образовалась Г. П.: $2, x, y, z, 5$.

БЕСКОНЕЧНЫЕ ПРОГРЕССИИ

(§§ 253—254)

Найти предел следующих бесконечных сумм:

1060. $3+1+\frac{1}{3}+\dots$ $8-4+2-\dots$

1061. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots$ $1-\frac{3}{4}+\frac{9}{16}-\dots$

1062. $1+\frac{1}{1,05}+\frac{1}{1,05^2}+\dots$; $1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{a^2}-\frac{b^3}{a^3}+\dots\ (b<a)$.

1063. $1+x+x^2+x^3+\dots\ (x<1)$

1064. $1-x+x^2-x^3+\dots\ (x<1)$

1065. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{2-\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\dots$

Вычислить до $\frac{1}{1000}$ суммы членов бесконечных Г. П.:

1067. $8, -4\sqrt{2}, +4, -2\sqrt{2}\ldots$

1068. Найти предел суммы всех последующих степеней правильн[ой] дроби $\frac{a}{b}$, т. е. предел

$$\frac{a}{b}+\frac{a^2}{b^2}+\frac{a^3}{b^3}+\ldots$$

1069. Найти пятый член бесконечной Г. П., у которой знаменате[ль] есть $\frac{3}{4}$, а предел суммы равен 20.

1070. Показать, что в бесконечной Г. П. отношение любого чле[на] к сумме всех следующих за ним членов есть величина постоянная.

1071. Предел суммы бесконечной Г. П. равен $7\frac{1}{2}$, а сумма перв[ых] двух членов равна $6\frac{2}{3}$. Найти 6-й член прогрессии.

1072. Найти точные величины периодических дробей: 0,777...; 2,7171...; 0,(142857) 0,3(8) 1,41(26) 0,17(21).

1073. В квадрат со стороною a вписан другой квадрат, верши[ны] которого лежат в серединах сторон данного квадрата. В этот квадр[ат] вписан подобным же образом третий квадрат, в третий вписан четве[р]тый и т. д. без конца. Найти предел суммы площадей и предел сум[мы] периметров всех квадратов.

1074. То же для равносторонних треугольников.

1075. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна a и один [из] катетов есть b. Из вершины прямого угла опущен на гипотенузу пер[]пендикуляр; из основания этого перпендикуляра опущен на катет другой перпендикуляр; из основания этого перпендикуляра опущен на гипотенузу третий перпендикуляр и т. д. без конца. Найти предел суммы этих перпендикуляров.

1076. В треугольнике высота разделена на 3 равные части. Через точку деления, ближайшую к вершине того угла, из которого опущена высота, проводят прямую, параллельную основанию. В отсеченном таким образом треугольнике делают то же самое, т. е. делят его высоту (равную $\frac{1}{3}$ прежней высоты) на 3 равные части и т. д. Найти предел суммы площадей полученных таким образом треугольников, если площадь начального треугольника равна a.

1077. В прямоугольном треугольнике катеты равны 6 и 8 *см*. На большем катете, принимая его за гипотенузу, строят другой прямоугольный треугольник, подобный первому. На большем катете этого друго[го], снова принимая его за гипотенузу, строят третий прямоугольный тр[е]угольник, подобный первым двум, и т. д. Найти предел суммы площ[а]дей всех этих треугольников.

1078. В круг радиуса r вписывают квадрат; в этот квадрат впис[ы]вают круг; в этот круг вписывают квадрат и т. д. без конца. Най[ти] предел суммы площадей всех кругов и предел суммы площадей вс[ех] квадратов.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

(§§ 256 — 257)

1079. Следующие дроби изобразить при помощи отрицательных показателей:

$$\frac{a^2}{a^5} \quad \frac{x}{x^3} \quad \frac{(a+1)^2}{(a+1)^3} \quad \frac{1}{x} \quad \frac{1}{x^3} \quad \frac{1}{(1+x)^2}$$

1080. Вычислить следующие выражения:

$$5^{-2} \quad 10^{-1} \quad 2^{-4}$$

$$(-1)^{-1} \quad (-2)^{-2} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}, \quad (0,1)^{-2}$$

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} \quad (0,4)^{-4}$$

Следующие выражения изобразить без знаменателя:

1081. $\frac{1}{a^2b} \quad \frac{2}{a^3b^4} \quad \frac{3a}{x} \quad \frac{x}{3ay^2z^3}$

1082. $\frac{a}{a+x} \quad \frac{2}{a-x} \quad \frac{3ab}{(1+x)^2(1-x)}$

Произвести указанные действия:

1083. $a^1 \cdot a^{-4} \quad x^3 \cdot x^{-2} \quad x^{-3} \cdot x^2$

1084. $7a^3b^{-1} \cdot 2ab^3 \quad 4\frac{1}{2}a^4x^{-3}y^{-2} \cdot 2a^{-4}x^3y^5$

1085. $5(a+b)^2 \cdot 7(a+b)^{-3}$

1086. $a^3 : a^{-1} \quad x^{-2} : x \quad x^2 : x^{-2} \quad x^{-2} : x^2$

1087. $10a^3b^{-2} : 5ab^{-5} \quad 25a^{-3}b^{-2}x^2 : 5a^{-4}b^2x^3$

1088. $(a^{-2})^4 \quad (a^2)^{-4} \quad (a^{-2})^{-4}$

1089. $(2a^2b^{-3})^2 \quad \left(\frac{1}{2}x^{-3}y^{-2}\right)^{-2}$

1090. $[3(1-x)^{-2}(1+x)^2]^3 \quad \left(\frac{a^{-2}x}{by^{-4}}\right)^2$

1091. $\sqrt{a^{-8}} \quad \sqrt[3]{x^{-6}} \quad \sqrt{(a+b)^{-2}}$

1092. $\sqrt{4a^{-2}b^4c^{-6}} \quad \sqrt[3]{27x^{-3-6}x^{18}}$

1093. $\left[\left(\frac{3a^3b^{-2}c^{-3}}{2x^2y}\right)^2\right]^{-3} \quad \sqrt{3a^{-2}\sqrt[3]{27x^{-12}y^6}}$

1094. $(2a^{-1}-1)(2a^{-1}+1) \quad (a^{-2}-1^{-1})^2$

1095. $[-2(a+x)^{-3}y^5z^{-2}]^2 \quad \frac{5a^{-3}b}{7m^3n^{-1}} : \frac{7ab^{-2}}{5m^2n^{-2}}$

ДРОБНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

(§§ 260 — 261)

Изобразить без знаков радикала следующие выражения:

1096. $\sqrt{a^3} \quad \sqrt{a} \quad \sqrt[3]{a} \quad \sqrt[3]{a^2}$

1097. $\sqrt{a+b} \quad \sqrt[3]{1+x} \quad \sqrt[3]{(1+x)^2}$

1098. $\sqrt{a^{-1}} \quad \sqrt{a^{-5}} \quad \sqrt[3]{a^{-2}}$

1100. $5\sqrt{2a}$ $\sqrt[3]{6b^2y^{-1}}$

В следующих выражениях дробные показатели заменить

1101. $a^{\frac{1}{2}}$ $a^{\frac{1}{3}}$ $a^{\frac{3}{2}}$ $a^{-\frac{1}{6}}$ $a^{-\frac{2}{5}}$

1102. $10^{0,56}$ $10^{-1,873}$

1103. $(1+x)^{\frac{1}{3}}$ $(1+x)^{\frac{2}{3}}$ $\left[3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}(1+x)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{3}}$

1104. Вычислить следующие выражения:

$$16^{\frac{1}{4}},\quad 64^{\frac{1}{3}},\quad 49^{0,5},\quad 64^{1,5},\quad 9^{-\frac{1}{2}},\quad 4,25^{\frac{1}{2}}$$

1105. Доказать следующие равенства:

$$a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{4}}\quad a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{4}{6}}\quad x^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{9}{12}}$$

Произвести указанные действия:

1106. $x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{2}{3}}$ $a^3\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{4}}$

1107. $m\cdot m^{\frac{3}{7}}$ $x\cdot x^{\frac{1}{m}}$ $\sqrt[3]{a^2}\cdot a^{\frac{2}{3}}$

1108. $\dfrac{2a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}}{3m^3x^{\frac{2}{3}}}\cdot\dfrac{5a^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{2}}}{2m^{-3}y^{\frac{1}{3}}}$

1109. $a^{\frac{3}{4}}:a^{\frac{1}{2}}$ $a^{\frac{1}{2}}:a^{\frac{3}{4}}$ $a^{\frac{1}{6}}:a^{0,1}$

1110. $a:a^{\frac{1}{3}}$ $5(a-1)^{\frac{2}{3}}:2(a-1)^{\frac{1}{3}}$

1111. $20a^{-2}b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{2}{3}}:4a^{-3}b^{\frac{3}{2}}c^{\frac{3}{4}}$ $\dfrac{a^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[4]{a}}$

1112. $\sqrt[3]{3a^2b}:4ab^3$ $\sqrt[12]{x^5}:x^{\frac{1}{4}}$

1113. $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^3$ $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^{-2}$ $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$

1114. $\left(x^3\right)^{\frac{1}{3}}$ $\left(x^{-3}\right)^{-\frac{1}{3}}$ $4\left(a^2b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

1115. $\left(27a^{-3}b^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$

1116. $\sqrt{a^{\frac{1}{2}}}$ $\sqrt[3]{a^{-\frac{1}{3}}}$ $\sqrt{(1-x)^{\frac{2}{3}}}$

1117. $\sqrt[3]{(a+b)^{-\frac{1}{2}}}$ $\sqrt[4]{16a^{-\frac{1}{2}}b^{0,4}}$

1118. $\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2$ $\left(2a+\frac{1}{2}b^{\frac{1}{2}}\right)^2$

1119. $\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}\right)$ $\left(x^2+3x^{\frac{3}{2}}+x\right):x$

1120. $\left(x^{-\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{2}}\right)^2$

1122. $\left[\frac{c^3 d}{(a+b)^{\frac{3}{2}}}\right]^{-\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{ab}}\right)^{9}}$

1123. Показать, что $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+1)^2 - 2(\sqrt{2}-1)^2 = \sqrt{59+24\sqrt{6}}$.

Указание. Упростив левую часть, получим $3\sqrt{3}+4\sqrt{2}$. Но это выражение равно $\sqrt{59+24\sqrt{6}}$, так как, возвысив оба выражения (представляющие собою положительные числа) в квадрат, мы получим один и тот же результат $59+24\sqrt{6}$.

1124. Найти предел, к которому стремится выражение:

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\ldots}}}},$$

где число радикалов безгранично возрастает.

Указание. Данное выражение надо изобразить так:

$$\sqrt{a}\sqrt[4]{a}\sqrt[8]{a}\sqrt[16]{a}\ldots = a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{4}}a^{\frac{1}{8}}a^{\frac{1}{16}}\ldots + a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots} = \ldots$$

1125. Принимая, что (приблизительно)

$$10^{0,30103} = 2 \quad \text{и} \quad 10^{0,47712} = 3,$$

изобразить в виде степеней 10 следующие числа: 4, 8, 16; 9, 27; 6, 12, 18; 5.

1126. Преобразовать два выражения $10^{\frac{1}{5}}$ и $2^{\frac{2}{3}}$ так, чтобы легко было определить, которое из них больше.

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

(§§ 265—266)

1127. Построить график функции $y = 3^x$ в промежутке от $x = 0$ до $x = 3$, давая показателю значения: 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3 и беря для ординат единицу в 3 раза меньшую, чем для абсцисс.

1128. Построить график $y = 2^x$ в промежутке от $x = -3$ до $x = +2$ (за единицу принять сантиметр). Пользуясь графиком, найти приблизительную величину x, удовлетворяющую уравнению $2^x = 5$.

1129. Построить график $y = \frac{2^x - 1}{x+3}$ в промежутке от -1 до $+4$ (беря 2 *см* за единицу длины). Пользуясь графиком, найти y, если $x = 1,5$, и y, если $x = -0,5$.

1130. Решить графически уравнение:

$$2^x = 4x$$

(один корень этого уравнения, очевидно, есть $x = 4$).

Указание. Возьмем отдельно две функции:

$$y_1 = 2^x \quad \text{и} \quad y_2 = 4x.$$

[redacted]

прямой линией, которую мы легко построим по двум каким-нибудь т. кам, напр., таким:

$$1)\ x=0,\ y_2=0 \quad \text{и} \quad 2)\ x=2,\ y_2=8.$$

Построив обе функции на одном и том же чертеже (при одной и той же единице длины), мы заметим, что прямая пересекается с кривой только в двух точках; у одной абсцисса есть 4, а у другой она равна приблизительно 0,3. Это и будут 2 корня данного уравнения. Други вещественных корней уравнение не имеет.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА И ЕГО ОБОЗНАЧЕНИЕ

(§ 268)

1131. Если основание равно 2, то какие логарифмы будут у чи

$2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \sqrt{2},\ \sqrt[3]{2},\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{16}$?

1132. Написать при помощи знака log следующие равенства:

$$10^0=1 \quad 10^1=10 \quad 10^2=100 \quad 10^{-2}=0{,}01 \quad a^x=N$$

1133. Переписать без знака log равенства:

$$\log_{10}1000=3 \quad \log_{10}0{,}001=-3 \quad \log_{16}4=\frac{1}{2} \quad \log_a P=y.$$

1134. При основании 16 какие логарифмы будут у чисел:

$$16,\ 256,\ \frac{1}{16},\ \frac{1}{256},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 2,\ \frac{1}{2}$$

1135. При основании 10 какие логарифмы будут у чисел:

10, 100, 1000, 10 000, 0,1 0,001 0,0001

1136. Написать при помощи знака log следующие равенства:

$$5^2=25 \quad 7^3=343 \quad 3^7=2187 \quad 8^3=512$$

1137. Найти: $\log_2 2,\ \log_3 9,\ \log_3 729,\ \log_2 1,\ \log_3\frac{1}{3},\ \log_3\frac{1}{\sqrt{3}}$

1138. Если a есть положительное число, отличное от 1, то че равны выражения:

$$\log_a a^2 \quad \log_a a^n \quad \log_a\frac{1}{a} \quad \log_a\sqrt{a},\ \log_a\frac{1}{\sqrt{a}}$$

1139. Чему равно число x, если: 1) $\log_2 x=3$; 2) $\log_3 x=$ 3) $\log_4 x=-5$; 4) $\log_x 4=2$; 5) $\log_x 2=-\frac{1}{2}$

1140. Написать при помощи показателей степеней следующие раве ства и вычислить x:

$$\log_5 625=x \quad \log_2\frac{1}{64}=x \quad \log_3\sqrt[3]{27}=x$$

1141. При каком основании x верно равенство: $\log_x 1=0$? То $\log_x a=a$?

[redacted]

основание в одно и то же число?

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

(§§ 269—270)

1143. Построить график функции $y = \log_3 x$, пользуясь таблицею значений функции $y = 3^x$ (см. задачу № 1127).

ЛОГАРИФМИРОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ

(§§ 273—274)

Логарифмировать следующие выражения:

1144. $\log(a^2b^3)$ $\log(5a^3x^2)$ $\log(mn)^3$

1145. $\log\frac{2a^2}{3b^3}$ $\log\frac{4a^3b^{-3}}{5mn^4x^{\frac{1}{2}}}$ $\log\sqrt{ab}$

1146. $\log\sqrt[3]{7a^3b}$ $\log(4\sqrt[3]{2ab^3})$ $\log(7a^3b\sqrt[3]{c})$

1147. $\log\sqrt{10a\sqrt[3]{b^2}}$ $\log\sqrt{a\sqrt[3]{b\sqrt{c}}}$

1148. $\log\frac{a^2\sqrt{2b}}{8x^3y^2}$ $\log(a^2-b^2)$ $\log(a-b)^2$

1149. Показать, что если числа составляют Г. П., то их логарифмы образуют А. П.

Найти выражение x, если его логарифм равен:

1150. $\log x = \log a + \log b$ $\log x = \log a - \log b$

1151. $\log x = 2\log a$ $\log x = 2\log a + 3\log b$

1152. $\log x = \frac{1}{2}\log a$ $\log x = \frac{1}{3}(\log a + \log b)$

1153. $\log x = \frac{1}{2}\left[\log a + \frac{1}{2}(\log b + \frac{2}{3}\log c)\right]$

СВОЙСТВА ДЕСЯТИЧНЫХ ЛОГАРИФМОВ

(§§ 275—276)

1154. Найти характеристики логарифмов следующих чисел: 3; 38; 382; 3824; 3,12; 37,2; 56 315,726; $57\frac{1}{2}$; $3485\frac{2}{7}$

1155. Между какими двумя последовательными целыми числами заключается логарифм числа, целая часть которого изображена: 1) одною, 2) двумя, 3) тремя... и 4) n цифрами?

1156. Чему равны десятичные логарифмы следующих дробей: 0,1; 0,01; 0,001; 0,00001; 0,0000001?

1157. Найти характеристики десятичных логарифмов следующих дробей: 0,36; 0,183; 0,02; 0,0036; 0,00056; 0,00000378.

1158. Дано: $\log_{10}2 = 0,301$; $\log_{10}3 = 0,477$; $\log_{10}7 = 0,845$. Зная это, вычислить десятичные логарифмы для первых 10 натуральных чисел. Показать, что из такой таблицы логарифмов следует равенство: $5 = 3^{1,465}$.

1159. По данным: $\log_{10}2 = 0,30103$ и $\log_{10}3 = 0,47712$ вычислить [redacted]

1160. Что можно сказать о двух [redacted]

торых имеют: 1) одну и ту же положительную мантиссу; 2) одну и ту же характеристику?

1161. Как понимать утверждение, что $\log_{10} 126 = 2{,}1$ с точностью до 0,1 (с недостатком)?

Ответ: это значит, что $10^{2,1} < 126 < 10^{2,2}$.

1162. Сколько цифр в числе 2^{1000}, если $\log_{10} 2 = 0{,}3010$?

1163. Какое из двух чисел: 2^{160} и 3^{100} имеет большее число цифр, если $\log 2 = 0{,}3010$ и $\log 3 = 0{,}4771$?

1164. Показать, что разность между логарифмами двух последовательных натуральных чисел убывает по мере увеличения самих чисел. Проверить это на таблицах. Объяснить, почему, несмотря на это, возможно, что в таблицах встречаются места, в которых разность логарифмов не убывает (повидимому).

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЛОГАРИФМА

(§ 278)

1165. У следующих отрицательных логарифмов сделать мантиссы положительными:

$$-2{,}3789 \quad -1{,}0760 \quad -0{,}0058 \quad -5{,}6700.$$

1166. Следующие логарифмы превратить в отрицательные:

$$\overline{2},7359 \quad \overline{1},0803 \quad \overline{4},0760 \quad \overline{1},0023.$$

НАХОЖДЕНИЕ ЛОГАРИФМА ПО ДАННОМУ ЧИСЛУ

(§§ 279—280)

Найти по таблицам логарифмы следующих чисел:

1167. 9 26 573 55,78 7,414 0,7557

1168. 5 634 10,083 0,20738 0,00534

НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ДАННОМУ ЛОГАРИФМУ

(§§ 282—283)

Найти числа по следующим логарифмам:

1169. 2,8676 1,3496 0,0111 $\overline{3},1412$

1170. 1,6628 2,3114 0,5100 $\overline{1},5806$

1171. 3,7467 —1,0834 —0,6347 —3,9134

(В трех последних примерах надо предварительно преобразовать логарифмы.)

ДЕЙСТВИЯ НАД ЛОГАРИФМАМИ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

(§ 285)

Произвести следующие действия над логарифмами:

1172. $+\begin{cases}\overline{2},7308\\ \overline{3},9683\end{cases} \quad +\begin{cases}1,5734\\ \overline{2},8430\end{cases} \quad +\begin{cases}\overline{2},0387\\ \overline{1},7457\end{cases}$

[redacted]

2,7489

1174. $\bar{1},4018 \times 9$ $\bar{3},5612 \times 36$
1175. $\bar{3},5603 \times (-23)$ $\overline{12},6310 : 4$
1176. $\bar{3},0274 : 5$ $\bar{2},5084 : 7$

ЗАМЕНА ВЫЧИТАЕМЫХ ЛОГАРИФМОВ СЛАГАЕМЫМИ

(§ 286)

В следующих примерах вычитание заменить сложением:

1177. $-3,2603$ $-7,5920$ $-0,4168$
1178. $-\bar{1},5609$ $-\bar{2},3754$ $-\bar{3},0406$

ПРИМЕРЫ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОМОЩЬЮ ЛОГАРИФМОВ

(§ 287)

Вычислить помощью логарифмов следующие выражения:

1179. $0,03714^3$ $\sqrt[3]{0,3571}$ $\sqrt[6]{235,8}$

1180. $\sqrt[8]{\frac{13}{17}}$ $\sqrt[3]{17705}$ $\sqrt[4]{\frac{1}{85 \cdot 77}}$

1181. $\left(2\frac{5}{6}\right)^9$ $\frac{0,7361 \cdot 0,03715}{2,165 \cdot 0,8717}$

1182. $\sqrt[3]{\frac{0,07624}{3,142 \cdot 27,05}}$ $\sqrt{\frac{7}{3}\sqrt[4]{6}}$

1183. $\sqrt[3]{\frac{716,5}{\sqrt{2}}}$ $2,718^{-8,142}$

1184. Сколько цифр должно быть в числе 3^{20}?

1185. Луч света, проходя через стеклянную пластинку, теряет $\frac{1}{10}$ часть своей интенсивности. Какая часть начальной интенсивности останется у луча, когда он пройдет через 10 таких пластинок?

1186. Заметили, что добыча золота в некоторой местности уменьшается ежегодно на 13% того количества, которое было добыто в предшествующий год. Зная, что в первый год было получено золота на 260 000 руб., найти, сколько золота было добыто за 10 лет и как велика была бы добыча за вечное время?

1187. Вычислить объем шара по формуле $V = \frac{1}{3}\pi R^3$, если $R = 5,875$ и $\pi = 3,142$.

1188. Вычислить площадь Δ треугольника со сторонами a, b и c по формуле:

$$\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

в которой p есть полупериметр треугольника, т. е. $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$, если стороны будут:

1) 6; 8; 9 *см*; 2) 0,927; 1,135; 0,675 *м*.

1189. Объем V полого цилиндра, у которого высота есть h, внеш

или радиус основания R и внутренний радиус r; выражается формулой:

$$V=\pi(R^2-r^2)h.$$

Вычислить V, если $R=74,35$ *м*, $r=42,63$ *м*, $h=132,8$ *м* и $\pi=3,142$.

1190. Как можно вычислить помощью логарифмов такое выражение, которого численная величина отрицательна?

1191. Вычислить $\sqrt[3]{-34,56}$ и $(-7,5)^3\sqrt[3]{63}$.

1192. Продолжительность одного простого качания маятника (т. е. время, в течение которого маятник переходит из крайнего правого положения в крайнее левое) выражается формулой (если угол отклонения маятника от отвесной линии не превосходит 3°):

$$t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где t есть время (в секундах), l длина маятника (в сантиметрах), g — ускорение силы тяжести (в сантиметрах в секунду) и π отношение длины окружности к диаметру. Найти время t, если $l=100$ *см*, $g=981,5$ *см* и $\pi=3,141$.

1193. Вычислить $S=2\pi r^2+2\pi rh$, где $r=0,36$ и $h=19,75$ (предварительно представить S в виде произведения).

1194. Вычислить выражение $\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$, если $a=25$, $b=33,5$, $c=30,4$ и $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$.

1195. Вычислить x по формуле:

$$x=\frac{4\pi^2kl}{T^2-t},$$

если $k=0,08974$, $l=0,202$, $T=10,18$ и $t=5,804$ (предварительно надо разложить знаменатель на множители).

1196. Дано: $u=25,24$, $v=13,27$; вычислить (до 3-го десятичного знака) x из уравнения:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$$

(сначала решить уравнение относительно x).

1197. Если $pv^{1,0696}=479$ и $v=3,25$, вычислить p. С другой стороны, вычислить v, когда $p=120$.

1198. Вычислить 2 десятичных знака выражения:

$$\frac{nr^{-1}-r^{-n}}{n-1},$$

если $n=1,05$ и $r=2$.

1199. Выяснено, что лес в настоящее время содержит в себе 200 000 *куб. м* дерева, причем известно, что ежегодный прирост дерева составляет 5%. Сколько *куб. м* дерева будет содержать лес через 8 лет и сколько он содержал 4 года тому назад, если за эти 12 лет из него ничего не вырубали?

1200. $10^x = 3 \qquad 5^x = 10 \qquad 10^{4x} = 5{,}754$

1201. $4{,}097^x = 3652 \qquad \left(\frac{5}{6}\right)^x = 2{,}48$

1202. $3^{\sqrt{x}} = 243 \qquad 0{,}55^x = 2{,}718 \qquad \sqrt[x]{16} = \sqrt{4^x}$

1203. $2^x + 4^x = 72 \qquad 9^{x+1} - 3^{x+3} = 486$

1204. $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}} \qquad 4 \log x + 7 = 0$

1205. $4^x = 2^{x+b} \qquad 9(9^{x+1} - 3) = 36 \cdot 3^x$

1206. $2^x + 3^y = 17$ и $2^{x+3} - 3^{y+1} = 5$

1207. Найти x и y, удовлетворяющие уравнениям:

$$2{,}5^x = 1000 \quad \text{и} \quad 0{,}25^y = 1000.$$

Показать затем, что x и y удовлетворяют уравнению:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

1208. Найти x из уравнения:

$$\left(\frac{v}{V}\right)^{x-2} = \left(\frac{P}{p}\right)^{x-1},$$

если $v = 82{,}3$; $V = 7{,}89$; $P = 62{,}8$; $p = 12{,}65$.

1209. Определить в уравнении $y = ax^n$ числа a и n, **если известно**, что $y = 2{,}34$, если $x = 2$, и $y = 20{,}62$, если $x = 5$.

Решить уравнения:

1210. $\log(x - 1) + \log(x + 1) = \log 2$

1211. $\frac{1}{3} \log x^3 = 5 \log x$

1212. $\log x^2 + \log 8x = 2 \log x + 2 \log x^3$.

1213. Из резервуара, внутренний объем которого равен 6 *куб. дм*, выкачивают воздух посредством воздушного насоса, которого всасывающий цилиндр имеет объем в 2 *куб. дм*. Сколько подъемов поршня насоса надо выполнить, чтобы довести разрежение воздуха в резервуаре до $\frac{1}{200}$ начальной?

СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ, СРОЧНЫЕ УПЛАТЫ И СРОЧНЫЕ ВЗНОСЫ

(§§ 289—291)

(При решении некоторых из следующих задач следует пользоваться таблицею семизначных логарифмов, приведенной в „Элементах алгебры“ конце § 289.)

1214. Через сколько лет капитал, отданный по 5 сложных процентов, удвоится?

Указание. Начальный капитал x, окончательный $2x$; в уравнении x сокращается.

1215. То же, если капитал отдан по 4%.

1216. Какой капитал, отданный по 4% (сложных), обратится через 1 : ет в 45 000 руб.?

1217. По скольку процентов надо поместить капитал в 7500 руб., чтобы он через 6 лет обратился в 10 050 руб.

1218. Через сколько лет капитал 6200 руб. обратится в 8158 руб. считая по 4 сложных процента?

1219. Капитал 6000 руб. отдан по 5% (сложных) и в конце каждого года к нему добавляют по 400 руб. Какая сумма образуется через 10 лет?

1220. Некто занял 5000 руб. по 6%. В конце каждого года он уплачивает по 400 руб. Какой останется долг к концу 6-го года?

1221. Население некоторой страны увеличивается ежегодно на 1,2%. На сколько население увеличится (в процентах) за 25 лет?

1222. Сколько процентных денег получится за 4 года с 3200 руб. отданных по 3 сложных процента? То же — по 4%. Будет ли разность процентных денег та же самая, какая получилась бы при 1%?

1223. Найти таксу процентов (сложных), по которой капитал в столетие увеличивается в 100 раз?

1224. Из двух банков один платит по p% в год, причем проценты присчитываются к капиталу каждые полгода; другой платит по q%, присчитывая проценты к капиталу ежемесячно. Какая зависимость должна быть между p и q, чтобы помещение капитала было одинаково выгодно в обоих банках?

1225. Радий при излучении уменьшается в весе, а именно в продолжение 1600 лет каждый грамм радия теряет половину своего веса. Выразить годовую процентную потерю веса радия.

СОЕДИНЕНИЯ

(§§ 292—300)

1226. 5 учеников должны сидеть на одной скамейке. Сколько может быть различных распределений их на этой скамейке?

1227. Сколько четырехзначных чисел можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3?

Указание. Из числа всевозможных перестановок из 4 цифр надо вычесть число перестановок, начинающихся цифрою 0.

1228. Как велика сумма цифр всех чисел, которые можно получить путем перестановок цифр 1, 4, 5, 7?

1229. Сколько сортов различных смесей можно сделать из 7 цветов радуги, если их смешивать по 3?

1230. Положение плоскости в пространстве определяется 3 точками. Сколько различных плоскостей можно провести через: 1) 4 точки; 2) 7 точек; 3) 10 точек; 4) n точек, если никакие 3 точки не лежат на одной прямой и никакие 4 точки не лежат на одной плоскости.

1231. Из 5 чисел: a, l, d, n и s, о которых говорится в арифметической прогрессии, должны быть заданы 3 числа, чтобы можно было найти остальные два (см. § 243). Сколько типов задач можно составить

1232. Некто вынимает наудачу 4 карты из колоды в 32 карты. Сколько различных случаев при этом может быть?

1233. Сколькими способами можно разложить произведение *abcd* на 2 множителя?

1234. Сколько перестановок можно сделать из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, начинающихся с цифры 4? С цифр 45? С цифр 456?

1235. 12 карт должно раздать 2 лицам так, чтобы один получил 3 карты, а другой 9. Сколько различных случаев при этом может быть?

1236. Из 10 элементов сколько может быть различных размещений по 2, по 3, по 4?

1237. В группе 32 ученика; из них 6 человек надо посадить на первую скамейку. Сколько всех случаев может быть, если не обращать внимания на порядок, в котором ученики сидят на скамейке, а только на фамилии их?

БИНОМ НЬЮТОНА

(§§ 301—306)

Составить произведения (по закону, указанному в § 301):

1238. $(x+7)(x+5)(x+6)$ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

1239. $(x-3)(x-4)(x+2)$ $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$

1240. $(x-5)^2(x-4)$ $(x-3)(x+7)(x+10)$

Найти по формуле бинома Ньютона:

1241. $(1+x)^6$ $(x+3)^5$ $(x-1)^7$

1242. $(2-a)^8$ $(3x+4y)^6$ $(1+x)^m$

1243. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$ $(x^2+2y^2)^4$ $(3a^2-2b^2)^6$

1244. $(a+b)^4+(a-b)^4$ $(a+b)^n \pm (a-b)^n$

1245. $(x^3+3)^5-(x^3-3)^5$ $\left(\frac{x}{2}+1\right)^5$

1246. Найти 6-й член разложения $(5x^2-6a^2)^{10}$

1247. Найти 8-й член разложения $(3a-2)^{12}$

1248. Найти средний член разложения:

$$\left(\frac{2a}{3}-\frac{3b}{4}\right)^{10}$$

Вычислить:

1249. $2{,}1^6=\left(2+\frac{1}{10}\right)^6=\ldots$

1250. $1{,}03^5=\left(1+\frac{3}{100}\right)^5=\ldots$

1251. $0{,}97^4=\left(1-\frac{3}{100}\right)^4=\ldots$

1252. $29^5=(30-1)^5=\ldots$

1253. $99^3=(100-1)^3=\ldots$

1254. $(4+\sqrt{3})^6$ $(6-5\sqrt{2})^5$

1255. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^4$ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3$

[redacted]

1257. В разложении $\left(x^2-\frac{3}{x^3}\right)^{15}$ вычислить член, не содержащий x.

1258. То же в разложении $\left(2x^2 - \frac{a}{2x^3}\right)^{10}$.

1259. В разложении $(1+x)^{29}$ найти два рядом стоящих члена таких, чтобы отношение их коэффициентов было равно $5:1$.

1260. Найти разложение $(x-2y+1)^5$. (См. § 304.)

1261. Как можно, без помощи логарифмических таблиц, вычислить (посредством бинома Ньютона) с определенной степенью точности конечный капитал A, образовавшийся из начального a, отданного по $p\%$ сложных на t лет? (См. § 289.)

1262. Почему можно предсказать непосредственно, что коэффициенты разложения $(a+b)^n$ симметричны, т. е. что коэффициенты членов, равноотстоящих от концов разложения, одинаковы?

1263. Сколько членов будет в разложении:

1) $(a+b)^n+(a-b)^n$ 2) $(a+b)^n-(a-b)^n$

Какие члены уничтожатся, какие удвоятся?

1264. Какова должна быть зависимость между a, b и n, чтобы 1-й и 3-й члены разложения $(a+b)^n$ были равны между собою?

1265. Доказать, что нечетная степень 7, увеличенная на 1, делится на 8. Что можно сказать о четной степени 7?

Указание. Принять во внимание, что $7=8-1$.

1266. Доказать, что $(1+\alpha)^n$, где $\alpha>0$, неограниченно увеличивается, если показатель n беспредельно возрастает.

Указание. Из разложения $(1+\alpha)^n$ можно вывести заключение, что

$$(1+\alpha)^n>1+n\alpha.$$

Отсюда видно, что как бы мало ни было положительное число α, при беспредельном возрастании n число $1+n\alpha$, следовательно и $(1+\alpha)^n$, неограниченно возрастает.

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ НА МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ИНДУКЦИЮ

(§ 301)

1267. Доказать посредством математической индукции формулу:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1),$$

которая была выведена (§ 244) иным путем.

Доказательство. Предположим, что формула верна для n чисел, т. е допустим, что

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1);$$

докажем, что тогда она должна быть верна и для $n+1$ чисел. Это видно из следующих преобразований:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2+(n+1)^2=(1^2+2^2+\ldots+n^2)+(n+1)^2=$$

$$=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+(n+1)^2=$$

$$(n+1)\left[\frac{1}{6}n(2n+ \ldots\right]$$ [illegible]

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ [n(2n+1)+6n+6] =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ (2n^2+n+6n+6) =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ (2n^2+7n+6) =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ (2n^2+4n+3n+6) =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ [2n\ (n+2)+3\ (n+2)] =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ (n+2)\ (2n+3) =$$

$$= \frac{1}{6}(n+1)\ (n+2)\ [2\ (n+1)+1]$$

Мы видим, таким образом, что формула верна и для $n+1$ чисел, если она верна для n чисел. Но простою поверкою мы можем убедиться, что формула верна для $n=2$; следовательно,... и т. д.

1268. Доказать тем же приемом, что сумма кубов натуральных чисел от 1 до n включительно равна квадрату суммы этих чисел, т. е. что

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=(1+2+3+\ldots+n)^2=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2.$$

1269. Доказать помощью математической индукции, что при $x>0$ и n целом положительном числе всегда верно неравенство:

$$(1+x)^n>1+nx,$$

доказанное выше (см. задачу № 1266) помощью бинома Ньютона.

1270. Доказать, что сумма квадратов первых n нечетных натуральных чисел равна $\frac{1}{3}n(4n^2-1)$, т. е. что

$$1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2=\frac{1}{3}n(4n^2-1)$$

1271. Доказать, что

$$1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+n(n+1)=\frac{1}{3}n\ (n+1)\ (n+2)$$

1272. Доказать, что при n целом положительном сумма n^3+5n делится на 6.

1273. Доказать, что при n целом положительном:

$$(n+1)\ (n+2)\ (n+3)+\ldots(n+n)=2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)$$

ОТВЕТЫ.

1. $4a$; a^2. 2. $6m^2$; m^3. 3. $x(x-d)$. 4. $6(m+n)^2$, $(m+n)^3$. 5. $(2a+b)(2a-b)$. 6. 1) $2b+2c$; 2) bc; 3) $2bc+2ah+2bh$; 4) abh. 7. $a+5$; $a-5$. 8. $1000a+10b$. 9. $a+bx$. 10. $10x$. 11. $10x+y$. 12. $100a+10b+c$. 13. $7a$ (подразумевая под a любое целое число). 14. Четное, нечетное, нечетное. 15. $5a+2$ (где a любое целое число). 16. $\frac{ma+nh}{a+b}$. 17. $m-p=n+p$. 18. $a+b<10a+b$. 19. 1) x^2+y^2; 2) $(x+y)^2$, 3) x^2y^2; 4) $(xy)^2$; 5) $(a+b)(a-b)$; $(m+n):(m-n)$ или $\frac{m+n}{m-n}$. 20. 1) Произведение двух чисел не изменяется от перестановки сомножителей; 2) чтобы умножить сумму двух слагаемых на какое-нибудь число, можно умножить на это число каждое слагаемое отдельно и результаты сложить; 3) произведение суммы двух чисел на их разность равно разности квадратов этих чисел; 4) частное не изменится, если мы умножим делимое и делитель на одно и то же число (иначе: дробь не изменится, если умножим на одно и то же число числитель и знаменатель дроби); 5) чтобы сложить две дроби с одинаковыми знаменателями, можно сложить их числители, а знаменатель оставить без изменения, 6) чтобы возвысить в квадрат произведение двух чисел, можно возвысить в квадрат каждый сомножитель отдельно и результаты перемножить. 21. 1) 84; 2) 44; 3) 552; 4) 336; 5) $9\frac{1}{3}$; 6) $2\frac{6}{11}$; 7) 464; 7) 784; 9) 912. 22. Без ответа. 23. 1) 42; 2) 5600 24. Сумма сотни первых натуральных чисел равна 5050. 25. $1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2=385$. 26. $1^3+2^3+3^3+\cdots+100^3=25\,502\,500$. 27. $3(x+y)(x-y)$. 28. $2(ab)+3(a-b)$. 29. $\frac{1}{2}(k+1)(k+1+1)$. 30. $a\cdot 3+b\cdot 2=3a+2b$ (§ 6, *а*, *б* и § 8, *а*); $(10+3)+(12-x+x)=13+12=25$. 31. $2a+b$; $a+2x$. 32. n; $5a^2b^2x^3$ (§ 8, *б*). 33. $6x^2y$ (§ 8, *г* и *б*); $2ax$ (§ 8, *г*). 34. $5x+15$ (§ 8, *д*); $7x+7y+7z$. 35. $\frac{1}{2}a+2b-c$ (§ 9, *а*); $5a^2b$ (§ 9, *в*). 36. $8x-2y$ (§ 9, *а*); $4ax$ (§ 9, *б*, *в*). 37. $a:b$ (§ 9, *г*); $3x$ (§ 9, *г*, *б*). 38. $n\cdot 3=3n$ (§ 8, *а*); $m\cdot 4=4m$; $4a+2a=4a+(a+a)=4a+a+a=6a$ (§ 6, *в*). 39. $13y$; 0; $6b$. 40. $2x$; $12x$. 41. $12x$ (§ 8, *е*); $12x$ (§ 8, *г*); $10y$ (§ 8, *д*); $10y$ (§ 8, *з*) 42. Если в числе a сотен и b единиц, то согласно условию десятков в числе должно быть $a+b$, тогда всех единиц в числе будет $100a+10(a+b)+b=110a+11b=(10a+b)\,11$; следовательно, оно делится на 11. 43. $+10$; -10; $+3$. 44. -3; $+8$, -2 45. $+1$; -3; $+1$. 46. -1; -2; $+2$. 47. 0; 0; 0 48. 0, 8, $\frac{3}{4}$. 49. 2; 0,3; 0 50. $+2$; $-6\frac{1}{4}$. 51. $-5{,}7$; 0. 52. $b-a$; $-b$ (убыток). 53. $m-n$; -10 (долг). 54. $m-n$; -5 (назад). 55. Когда $b>c$; $a>b+c$; $b>c$ и $a>b-c$. 56. 14; 10; 18, 2. 57. $a+b$; $m+n$; $5x$. 58. 9; x; $2m$; a. 59. 12 [illegible] 60. 100. 61. [illegible] 4 [illegible] 65. $a-(-x)$. 66. $a+(-b)+(-c)$. 67. а) Каждая сумма $=15$, б) каждая сумма $=$

$=7$; в) каждая сумма $=5{,}8$. 68. Первое слагаемое сложить с третьим, потом второе с четвертым; получим -8. 69. $67=67$; $98=98$. 70. $+6$; -14; $+80$. 71. $-23\frac{3}{8}$; $0{,}054$. 72. $+1$; -1; $+1$; -1. 73. $+4$; -8; $+16$; -32. 74. 27. 75. -27. 76. 0; 0; 0; 0; 0. 77. -168; $-1{,}4$. 78. $+3\frac{1}{16}$. 79. $+5$; -5; -5; $+5$. 80. $-a$; $-x$; $+x^2$. 81. 0; 0; 0; 0. 82. Первые три деления невозможны, четвертое дает какое угодно число. 83. $-\frac{1}{5}$; $+\frac{1}{7}$; $-\frac{10}{3}$; $+\frac{7}{5}$; $-\frac{1}{2{,}86}=-\frac{100}{286}=-\frac{50}{143}$; -1. 84. Без ответа. 85. Тоже. 86. $(125\cdot 8)\,3\,(5\cdot 2)=1000\cdot 3\cdot 10=30\,000$; $(2{,}5\cdot 10)(6\cdot 5)=25\cdot 30=750$; $\left(\frac{3}{4}\cdot 4\right)(8{,}2\cdot 10)=3\cdot 82=246$. 87. Без ответа. 88. $3{,}5:7=0{,}5$; $3{,}5\cdot 4=14$; $7\cdot 4=28$; $14:28=0{,}5$; $3{,}5:0{,}75=350:75=4\frac{2}{3}$; $7:0{,}75=700:75=9\frac{1}{3}$; $4\frac{2}{3}:9\frac{1}{3}=\frac{1}{2}=0{,}5$. 89. Можно; части равенства можно менять местами. 90. Можно; если два числа равны одному и тому же третьему числу, то они равны и между собою. 91. Можно; достаточно от частей первого равенства отнять по 5 и к частям второго равенства прибавить по 7 (если к равным числам....). 92. Прибавим по x, отнимем по b; части полученного равенства поменяем местами. 93. Можно; достаточно обе части первого равенства умножить на 3, а второго разделить на 4 (если равные числа....). 94. Два первых равенства — тождества, третье и четвертое — уравнения, пятое — тождество. 95. $x=17$; $y=5$; $y=5$. 96. $x=27$; $y=9$; $x=12$. 97. $y=0$; $x=3$; $x=4$. 98. $x=3$; $x=2$; $x=\frac{13}{20}$. 99. $x=\frac{1}{10}$; $x=4{,}95$. 100. $x=2{,}7$; $x=50$. 101. $x=9$; $x=-3$; $x=-4$. 102. $x=-8$; $x=3$; $x=0$. 103. 1368 и 1220. 104. 1400 и 400. 105. 20, 30 и 50. 106. 4 детей; 3 р. 85 к. 107. 4. 108. $2\frac{1}{2}$ часа. 109. $84\frac{7}{22}$ *км*. 110. 6 дней. 111. Первого сорта 12,8 *кг*. 112. 1000 руб. 113. 1 руб. и 60 коп. 114. Решение указано при задаче. 115. 300 руб. 116. 40 учеников. 117. 6600. 118. 27° и 81°. 119. 63 или 36. 120. 3 час. $16\frac{4}{11}$ мин. 121. 7 *см*. 122. $10a^3x^3$; $-10a^2bx^2$; $-\frac{3}{8}a^2bx^2$; $-20m^2x^2y^4$. 123. $a+a$; $ax+ax+ax$; $a^2b+a^2b+a^2b+a^2b+a^2b$; $(a+1)+(a+1)+(a+1)+(a+1)$. 124. Верны. 125. 90; $\frac{13}{15}$; $2\frac{25}{48}$; -28; -936. 126. 0; 31; -4. 127. Не требует ответа. 128. Тоже 129. При $x=2$ левая и правая часть равенства составляют одно и то же число 34. 130. Первый многочлен равен $+1$, второй -1. 131. $11a^2b$; $3\frac{11}{20}ax^2$. 132. $a+3{,}5xy^2$; $a-3{,}5xy^2$. 133. $4a^4x^2+\frac{1}{2}a^2x^3$. 134. $2x-9{,}7xy$. 135. $4a^3-3a^2b-13ab^2$. 136. $x^5-7a^2x^4$. 137. $x=2$; $x=5$. 138. $A+x-y-z$; m^2+2n^3. 139. $-2a+5b+3c$. 140. $14x$. 141. $3m^2+n^2$. 142. $2a^4+8a^3-4a^2+9a-6$. 143. $6a-3b+2d$. 144. [illegible]z. 145. $4x^3+x^2+3x+1$. 146. $8a^3-11a^2b+14ab^2-3b^3$. 147. $A-m+n+p$; $25-x$; $45-2a$. 148. p^2+p+15; a^3-5b+c 149. $4x^2+2y^2-1$. 150. $\frac{1}{4}x^2-x+\frac{4}{5}$. 151. $-3x+4y+4z$. 152. $4a^4+$ [illegible] 153. [illegible] $2m-2n$. 154. $a-b+2c-d$. 155. $a-1$. 156. $b-2c$ 157. $-a-3b$ [illegible] $-(b+c-d)$; б) $a-b+(-c+d)$; в) $a-(b+c)+d$. 161. $x-1$; $3x^2-x+1$

162. $x=5$. 163. $x=1\frac{1}{2}$. **164.** $x=22\frac{1}{2}$. 165. $15a^3b^7c$; $\frac{5}{8}a^2x^6$. 166. $0{,}81a^2b^2x^2$; $(x+y)^6$. 167. $(a-b)^{m+n}$; $\frac{9}{49}m^2x^4y^6$. 168. $8a^9b^3x^6$; $0{,}01x^{2m}y^6$; $\frac{1}{8}m^6n^3$. 169. $-2a^7b^3c^2$; $0{,}3x^4y^{m+1}$. 170. $-35a^{m+1}b^{m+2}$; $\frac{5}{14}m^4n^6y^6$. 171. $0{,}04a^6b^4$; $-0{,}001x^6y^3$. 172. $8a-8b+8c$; $0{,}8m+0{,}8n-0{,}8p$. 173. $11\frac{1}{2}x-17\frac{1}{4}y+5\frac{3}{4}z$; $6a^3b-4ab^4+2abc$. 174. $25a^3b-20a^4b^2+15a^5b^3-35a^6b^4$. 175. $9a^5b-12a^4b^2+18a^3b^3-3a^2b^4$. 176. $\frac{6}{35}x^7y^6z-\frac{15}{14}x^6y^7z$. 177. Раскрыв скобки и сделав приведение подобных членов в первом выражении, мы получим такой же многочлен, который получится после раскрытия скобок во втором выражении. 178. $x=12$; $x=12$. 179. $x=0$. 180. $x=10\frac{1}{2}$. 181. $x=0$. 182. $x=7$. 183. $x=1{,}4$. 184. $x=7$. 185. $x=\frac{5}{21}$. 186. $x=\frac{27}{16}$. 187. 500 и 260. 188. 1. 189. 40 *кг*. 190. 42 857. 191. 27° и 63°. 192. 40 и 10. 193. Двугривенников 20, пятиалтынных 40. 194. 9 *км в час*. 195. $am+bm-cm-an-bn+cn$; $4a^2+19ab+12b^2$. 196. $6x^2+5xy-6y^2$; $6a^3-3ab+2ab^2-b^3$. 197. $2a^2-\frac{1}{2}b^2$; x^3-y^3. 198. $49x^2-112xy+64y^2$; $0{,}09a^2x^4-0{,}3ax^2+\frac{1}{4}$. 199. y^4-1; x^4-2x^2+1. 200. $2x^3-5x^2-4x+3$ x^3+y^3. 201. $25a^2-5ab-22a^2b+10b^2$. 202. $x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc$. Коэффициент при x будет $+23$. 203. $x^6+1008x+720$. 204. $x^5-4x^4y+8x^3y^2-32y^5$. 205. $x^9-x^5-x^4+2x^3-x^2-x+1$. 206. $a^4-2a^3x+2ax^3-x^4$. 207. $6x^5-22x^4y+37x^3y^2-33x^2y^3+16xy^4-3y^5$. 208. a^5-b^5. 209. $x^5-x^4-62x^3+19x^2+15x-4$. 210. $4x^4+16x^3-4x^2-40x+25$. 211. $-a^4+7a^2b^2-b^4$. 212. x^6-a^6. 213. Высший x^6, низший a^6. До соединения подобных членов всех членов 12, после соединения 2. Всегда остается один высший член и один низший член. 214. -29. 215. $x^2+2xy+y^2$. 216. a^2+2a+1; $1+4a+4a^2$; $x^2+x+\frac{1}{4}$. 217. $4x^2+12x+9$; $4x^2+12ax+9a^2$; $9x^4+12x^2y^2+4y^4$. 218. $9a^4+6a^2+1$; $0{,}01m^2x^2+mx^3+25x^4$. 219. Увеличится на $2a+1$; на $4a+4$; на $2am+m^2$. 220. Разность квадратов двух последовательных натуральных чисел есть $(n+1)^2-n^2=2n+1$, т. е. есть число нечетное. 221. $m^2-2mn+n^2$. 222. $25a^2-20a+4$; $9x^2-12ax+4a^2$; $9a^4-3a^2+\frac{1}{4}$. 223. $4m^2-12mn+9n^2$; $9a^4x^2-24a^3xy+16a^2y^2$; $0{,}04x^6-\frac{3}{20}x^3+\frac{9}{64}$. 224. $\frac{1}{4}x^4-3\frac{1}{2}x^3+12\frac{1}{4}x^2$; $0{,}0625p^2-0{,}1pq+0{,}04q^2$. 225. $(a-b)^2=[a+(-b)]^2=a^2+2a(-b)+(-b)^2=a^2+(-2ab)+b^2=a^2-2ab+b^2$. 226. m^2-n^2. 227. a^2-1; $4a^2-25$. 228. a^4-1; $b^2-\frac{1}{4}$. 229. $4x^2-9$; $1-a^4$. 230. $\frac{4}{9}a^2-\frac{4}{25}b^2$; $0{,}09x^4-100y^2$. 231. a^2-4b^2. 232. $[(x+1)+(x-1)][(x+1)-(x-1)]=(x+1)^2-(x-1)^2=x^2+2x+1-x^2+2x-1=4x$. 233. $4x^2-2x(3x+2)+3(3x+2)^2=25x^2+32x+12$. 234. $101^2=(100+1)^2=100^2+2\cdot100\cdot1+1^2=10\,201$; $997^2=(1000-3)^2=1000^2-6\cdot1000+3^2=994\,009$; и т. д. 235. b^2; $2ab$; b^2.
236. [illegible] 237. [illegible] 238. [illegible] 239. [illegible] 240. [illegible]

241. $(x^2+1)(x^2-1)=x^4-1$; $16x^4-y^4$. 242. $(m+n)^2-p^2=m^2+2mn+n^2-p^2$; $a^2-(b+c)^2=a^2-b^2-2bc-c^2$. 243. $(a+b)^2-(c+d)^2=a^2+2ab+b^2-c^2-2cd-d^2$. 244. $2a^2+2b^2$; $4ab$. 245. $a^2+2ab+b^2=a^2-2ab+b^2+4ab=a^2+2ab+b^2$. 246. $x^2+4xy+4y^2-y^2-4xy-4x^2=-3x^2+3y^2=3(y^2-x^2)$ 247. Обе части равенства после упрощения приводятся к одному и тому же выражению $8ab$. 248. Многочлены $x^2-2xy+y^2$ и $y^2-2xy+x^2$ отличаются только порядком их членов; значит, они тождественны. То же самое можно сказать о многочленах a^2-2a+1 и $1-2a+a^2$. 249. Обе части равенства после упрощения дают одно и то же выражение $8a^2+20ab+8b^2$. 250. $-17x^2-102x-17=-17x^2-102x-17$. 251. $x=\frac{9}{7}$. 252. $x=\frac{5}{2}a$. 253. a^3+3a^2+3a+1; a^3-3a^2+3a-1; $8x^3+36x^2+54x+27$; $125-225x+135x^2-27x^3$. 254. $\frac{1}{8}m^3-\frac{3}{2}m^2+6m-8$, $\frac{27}{64}p^3+\frac{9}{16}p^2q+\frac{1}{4}pq^2+\frac{1}{27}q^3$; $9{,}261-1{,}323x+0{,}063x^2-0{,}001x^3$ 255. 1 030 301; 970 299; 117 649; 941 192; 19 683. 256. $(a-b)^3=[a+(-b)]^3=a^3+3a^2(-b)+3a(-b)^2+(-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$. 257. $(a+b)^3=[a-(-b)]^3=a^3-3a^2(-b)+3a(-b)^2-(-b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$. 258. $(1+x)(1+y)(1+z)=(1+x+y+xy)(1+z)=1+x+y+xy+z+xz+yz+xyz=1+(x+y+z)+(xy+xz+yz)+xyz$; при $x=y=z$ находим: $(1+x)^3=1+3x+3x^2+x^3$. 259. $2a^3$; $15x$; $2xy$. 260. $-17a$; $2a^3$; $5a^2b$. 261. $2a^2xy$; $-\frac{3}{5}x^2$. 262. $-5y^4$; $\frac{1}{5}bx^2$. 263. $\frac{3}{28}ac$; $-4\frac{4}{15}xy$. 264. $-\frac{6}{5}a^3$; $3a^{m-1}b^2$. 265. $5(a+b)^2$; $2(x-1)$. 266. В двух первых примерах в делителе есть буква, которой нет в делимом; в третьем примере в делителе буква b имеет бóльший показатель, чем в делимом. 267. В делителе есть множитель с показателем бóльшим, чем в делимом. 268. $9b-4c+5d$. 269. $\frac{16}{3}a+8b-16a^2b^4$. 270. $9x^2-6ax+a^2$. 271. $1+2y+y^2-y^3$. 272. $3x-4+\frac{1}{x}$; $ax+b+\frac{c}{x}$. 273. В двух первых примерах делимое есть одночлен, а делитель многочлен (двучлен); тогда частное не может равняться ни целому одночлену, ни целому многочлену (§ 69). Невозможность деления в третьем примере обнаружится, когда начнем производить самое деление: в первом остатке высший член содержит букву a с показателем меньшим, чем в делителе (§ 72, a). Частные можно обозначить так: $\frac{a}{a+b}$, $\frac{2x}{x-1}$, $\frac{8a^2+3}{a^2+2a+1}$. 274. $x-4$; $y+1$. 275. $x+2a$ 276. $3x^2-2$. 277. $6x^3-4x^2+5x-2$. 278. x^2+3x+2. 279. $3ax^3$. 280. $x-a$. 281. $x^3+ax^2+a^2x+a^3$; $x^4-ax^3+a^2x^2-a^3x+a^4$. 282. $p^2+2pq+2q^2$. 283. Частное $=-\frac{5}{4}x+\frac{1}{16}$, остаток $=-\frac{25}{16}x+\frac{31}{16}$. 284. Частное $=-2x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}$, остаток $=-\frac{7}{4}x+2\frac{3}{4}$. 285. Без ответа. 286. Тоже. 287. $2(a+x)$; $a(x+y)$; $2y(2y-3x)$. 288. $a(b+c)$; $3(x+y-z)$; $a(5a-3a^2+1)$. 289. $2a(2x-y)$; $3xy(2x-3y)$. 290. $3ab(4a^2-3ab+2b^2)$; $xy(y-7+4x)$. 291. $y(2y+x)$; $(b-c)(3a-4)$. 292. $2xy$; $(x+2)x$. 293. $(a-b)x[4(a-b)-12]$; $(a+b)(b-a)$. 294. 0. 295. $(x+2)(x+3)(4x+13)$. 296. $2(x+y)-(x+y)=(x+y)(2-1)=x+y$; $(p-q)(a-1)$. 297. $(m+n)(m-n)$; $(a+1)(a-1)$; $(1+a)(1-a)$. 298. $(x+2)(x-2)$; $(m+3)$

$\left(\frac{x}{a}-\frac{y}{b}\right)$. 300. $\left(\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{3}y^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}y^3\right)$; $(0{,}1a^3+3)\ (0{,}1a^3-3)$; $3a(a^2+4b^4)$ (a^2-4b^4). 301. $4a^2(2x-y)(2x-y)$; $(a+b+c)(a+b-c)$; $(x-y+a)(x-y-a)$. 302. $(1+3p+q)\ (1-3p-q)$; $5(4a+b)\ (4a-b)$. 303. $(x-y+a)\ (x-y-a)$; $[3(a+2b)+1]\ [3(a+2b)-1]$; $(a+b+c)\ (a-b-c)$. 304. $xy(y+x)\ (y-x)$; $2(x^2+4y^2)(x^2-4y^2)=2(x^2+4y^2)(x+2y)(x-2y)$; $(a+b-c)(a-b+c)$. 305. $(x+y+x-y)(x+y-x+y)=2x\cdot 2y=4xy$; $4(2x+x+y)(2x-x-y)=4(3x+y)(x-y)$. 306. $[2(a+b)+x-y]\,[2(a+b)-x+y]$; $(a^4+b^4)\ (a^2+b^2)\ (a+b)\ (a-b)$. 307. $(8{,}37+8{,}27)\ (8{,}37-8{,}27)=16{,}64\cdot 0{,}1=1{,}664$. 308. $(a+b)\ (a-b+1)$; $(a+5b-3c)\ (a-b+c)$. 309. $3(2x-y-z)\ (y-z)$. 310. Данное выражение разлагается на такие множители: $5(x^2+x+1)\ (x^2-13x+7)$ и потому делится на x^2+x+1. 311. $(x-y)\ (x-y)$; $(m+n)\ (m+n)$ 312. $(a+b)\ (a+b)$; (a^2-2b) (a^2-2b). 313. $(x+4)\ (x+4)$; $(x+1)\ (x+1)$. 314. $(a-2)\ (a-2)$; $\left(a+\frac{1}{2}\right)$ $\left(a+\frac{1}{2}\right)$. 315. $(a^2-b)^2$; $-(a^2-b)^2$. 316. $(5x^2+3y)^2$; $(0{,}1ab-1)^2$. 317. $5a(a-2b)^2$; $(x+2)^2$. 318. $(a+b+2)^2$. 319. $(a+b)^2-c^2=(a+b+c)\ (a+b-c)$; $(a-b)^2-c^2=(a-b+c)(a-b-c)$. 320. $(x+1+y)(x+1-y)$; $m^2-(n^2+2n+1)=m^2-(n+1)^2=(m+n+1)(m-n-1)$. 321. $(p+1)(x-1)$; $a^2-(4b^2+12b+9)=a^2-(2b+3)^2=(a+2b+3)(a-2b-3)$. 322. $(x+y)(x+y-2)$; $(2p-q)$ $(q-x)$. 323. $(a+b)(x+y)$; $(x+1)(x^3+1)$. 324. $(3y+d)(2x+c)$; $(a-b)(c-d)$ 325. $(x+y)\ (a-b)$; $(x-y)\ (3+a)$. 326. $(a+b)\ (a-1)$; $(x-y)\ (x-y+1)$ 327. $(2a+b-c)\ (2a-b+c)$; $(x-3)\ (z+y)$. 328. $(2m-x)\ (2n-y)$; $(b+c)(a-b+c)$. 329. $(2a-3)(2a+3)(2a-3)$. 330. $(x-y)(a+b-c)$. 331. $(b-a)(ab+1)$ $a(b-c)(a-b-c)$. 332. $4\pi(a+b)(a-b)$; 0,931952. 333. $\frac{5x}{7y}$; $\frac{3ab}{10m}$; $\frac{8a^2}{11b}$; $\frac{100m}{23bn}$ 334. $\frac{9ab}{10x^2}$; $\frac{14a^2}{11b}$; $\frac{12x-1}{4a-4b}$. 335. $\frac{17(a+b)}{34}$; $\frac{18a-14}{6-a}$. 336. $\frac{ax^3+bx^2+c}{ax^2+x}$; $\frac{x^2+ax-b}{x^2-x}$ 337. $\frac{x-1}{x}$; $\frac{3a^2}{b-a}$; $\frac{a-1}{b-2}$. 338. $\frac{a^2+b^2-2ab}{a-b}$; $\frac{m^2-1}{m-1}$. 339. Верны (§ 79). 340. Не верно, так как в знаменателе у третьего множителя знаки переменены на противоположные, отчего знак всего знаменателя должен измениться на противоположный тогда как числитель сохранил свой знак. Чтобы равенство было верно, надо в числителе вместо x подставить $-x$. 341. $-\frac{3a}{6}$; $-\frac{5x^2}{3}$; $-\frac{a-1}{b}$; $-\frac{a}{x-2}$ $-\frac{m^2-n^2}{m-n}$. 342. $\frac{1}{x}$; $\frac{2}{3m}$; $\frac{2a}{3b}$; $\frac{3}{8}xy$. 343. $\frac{3b}{2x}$; $\frac{ac}{4b}$; $\frac{16}{15}axy^2$. 344. $\frac{b}{a+b}$, $\frac{3y}{x-y}$ $\frac{a+2}{a-2}$. 345. $\frac{a+1}{a-1}$; $\frac{x}{x+3}$; $\frac{a}{a-1}$. 346. $\frac{2}{3}$; $\frac{b}{a}$; $-\frac{y-x}{3(y-x)}=-\frac{1}{3}$. 347. $\frac{x-1}{2x(x+1)}$, $\frac{a+x}{3b-cx}$; $\frac{5a}{a-x}$. 348. $\frac{3(y-x)}{y+x}$; $\frac{x-y}{x+y}$; $\frac{n^2}{n-2}$. 349. $(a+b)(a-b)$; $\frac{1}{y-1}$.

Замечание. В ответах на задачи 350 — 359 общий знаменатель подписан один раз под горизонтальной чертою.

350. $\frac{18,\ 4a}{6a}$; $\frac{4x^2,\ 3y^2}{12xy}$; $\frac{x^2,\ 16}{4x}$. 351. $\frac{4bc,\ 6ac,\ ab}{2abc}$; $\frac{105b^2x^2,\ 40a^2x,\ 48a^2b^4}{60a^2b^2x}$ 352. $\frac{20mx^3y^2,\ 9a^3b^2c}{12a^2bcmx^2y}$; $\frac{2a^2bx,\ y}{8a^3b^2}$. 353. $\frac{2ax,\ a^2}{x}$. 354. $\frac{15x^3,\ 120abx^4,\ 8a^2b}{40abx^2}$

356. $\frac{3x+3y,\ 2x-2y}{30a}$; $\frac{a,\ 8(a+b)mx^2,\ 4(a-b)x^3}{16mx^3}$. 357. $\frac{3(x+y)^2,\ 2(x-y)^2}{6(x^2-y^2)}$; $\frac{m-1,\ 2,\ 3(m+1)}{m^2-1}$. 358. $\frac{2a,\ 3a(x-1)}{(x-1)^2}$; $\frac{2x-1,\ 2(x-1),\ 1}{(x-1)(2x-1)}$. 359. $\frac{3,4aby}{84a^3b^2}$; $\frac{(a-b)(a^2-b^2),\ 2ab(a+b),\ b}{b(a^2-b^2)}$. 360. $\frac{6bc+3ac+2ab}{6abc}$; $\frac{6+5x}{3x^2}$; $\frac{2a-5-2x}{4}$.

361. $\frac{3a}{2}$; $\frac{a}{2}$. 362. $\frac{x^2-5x+2}{x^2}$. 363. $\frac{7x}{6}$. 364. $\frac{1+x}{2}$; $\frac{5x}{5}$; $\frac{5-2x}{3}$.

365. $\frac{az+by+cx}{xyz}$; $\frac{25}{12x}$. 366. $\frac{53x-19a}{12}$; $\frac{2x-5}{4}$. 367. $\frac{x+y}{x^2-y^2}=\frac{1}{x-y}$; $\frac{a(a-z)+b(a+z)}{a^2-z^2}$. 368. $\frac{12x}{1-9x^2}$; $\frac{y}{x}$. 369. $\frac{2x}{3}$. 370. $\frac{4}{1-a^4}$. 371. $\frac{a^2+ab^2+b^3}{(a+b)^3}$.

372. $\frac{2-10a}{1+5a}$. 373. $\frac{1}{1-4x^2}$. 374. $\frac{1}{a+b}$. 375. $\frac{2a^2b-ab-2b^2-a^2}{a(a+b)(a-b)}$.

376. $\frac{6a^4-4a^2+2}{a^2}$. 377. $\frac{m^2}{(m+n)(n-1)}$. 378. $-\frac{6b}{7x^2}$; $\frac{1}{5x(1+a)}$.

379. $\frac{12x^2y^2}{p^2q}$; $2(x-1)a$. 380. $\frac{1}{(x-1)(x+2)}$; $\frac{(x+y)^2}{xy}$. 381. $\frac{a+2b}{b}$; $\frac{9b^2x^2y}{16a^2}$.

382. 1; $\frac{3a^3}{5mp}$. 383. $15a^2x^2y$; $\frac{2(2-a^2)}{3ab}$. 384. $\frac{1}{5a-5b}$; $\frac{x+y}{x-y}$. 385. x.

386. $x=\frac{1}{2}$. 387. $x=15$; $x=\frac{2}{5}$. 388. $x=1$; $x=8$. 389. $x=8$; $x=120$.

390. $x=7\frac{1}{13}$. 391. $x=2$. 392. $x=2$. 393. $x=5\frac{1}{7}$. 394. $x=-1\frac{5}{9}$. 395. $x=9$.

396. $x=-17\frac{25}{27}$. 397. $x=\frac{1}{5}$. 398. $x=\frac{mn}{n-m}$. 399. 6 *км* 622 *м*. 400. $\frac{1}{3}$ *км*.

401. 20 *км*. 402. 9 руб. 403. 15 *км* и 18 *км*. 404. 55 дней. 405. 50 билетов по 2 руб. 50 к. 406. 108 и 115 *км*. 407. Ответ указан при задаче. 408. $x\%$ от a составляют $\frac{ax}{100}$; $y\%$ от b составляют $\frac{by}{100}$. Уравнение будет: $\left(a+\frac{cx}{100}\right)\left(b-\frac{by}{100}\right)=ab$. 409 1000; 0,001. 410. $\frac{1}{4}$. 411. Площадь первого участка составляет $\frac{2}{3}$ площади второго участка. 412. Население увеличилось во столько раз, во сколько 4 более 3, т. е. в $\frac{4}{3}$ раза. 413. $x=2,4$; $x=6\frac{2}{3}$. 414. 7 : 16; 8 : 15; 80 : 2; 14 : 25; 80 : 25. 415. $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{25}{8}$. 416. 7; $\frac{ad}{b}$. 417. a^2-b^2, $3(a+b)^2$.

418. $6a^4b^3$; $\frac{4m^2-n^2}{0,8mn}$. 419. $\frac{35}{16}$. 420. $5:15=2:6$; $7:3=11:x$; $(a-1):(a+1)=(b+1):x$. 421. $a^2\cdot b=y:x$; $9:5=a:c^2$; $x:a=b:x$. 422 и 423. Из каждой пропорции можно получить еще 7 пропорций, переставляя или средние члены, или крайние, или те и другие. 424. 6; 8; 10; 4a. 425. $6\frac{1}{2}$, 17; $14\frac{1}{2}$; 5a. 426. 12; $\frac{41}{31}$. 427. $\frac{x+(10-x)}{10+25}=\frac{x}{10}$, т. е. $\frac{10}{35}=\frac{x}{10}$; $x=\frac{100}{35}=\frac{20}{7}$; $\frac{a+b}{(a-x)+x}=\frac{b}{x}$, т. е. $\frac{a+b}{a}=\frac{b}{x}$; $x=\frac{ab}{a+b}$; $\frac{(10-x)+x}{5+20}=\frac{x}{20}$, т. е. $\frac{10}{25}=\frac{x}{20}$; $x=\frac{200}{25}=8$.

428. $\frac{(10+x)-x}{[illegible]}=\frac{17-12}{[illegible]}$, т. е. $\frac{10}{[illegible]}=\frac{5}{[illegible]}$; $x=24$; $\frac{x+(8-x)}{[illegible]}=\frac{10+3}{[illegible]}$, т. е.

$\frac{8}{x}=\frac{23}{10}$; $x=\frac{80}{13}$; $\frac{(a+x)+(a-x)}{(a+x)-(a-x)}=\frac{m+n}{m+n}$, т. е. $\frac{2a}{2x}=\frac{m+n}{m-n}$; $x=\frac{a(m-n)}{m+n}$. **429.** $\frac{(1+x)+(1-x)}{(1+x)-(1-x)}=\frac{a+b}{a-b}$, т. е. $\frac{2}{2x}=\frac{a+b}{a-b}$; $x=\frac{a-b}{a+b}$. $\frac{(a-x)+(a+x)}{(b-x)+(b+x)}=$ $=\frac{a+x}{b+x}$, т. е. $\frac{2a}{2b}=\frac{a+x}{b+x}$ или $\frac{a}{b}=\frac{a+x}{b+x}$, откуда: $\frac{a-b}{b}=\frac{(a+x)-(b+x)}{b+x}=$ $=\frac{a-b}{b+x}$; $b=b+x$; $x=0$. **430.** $\frac{(y-x)+(x+y)}{(y-x)-(x+y)}=\frac{a+b}{b-a}$, т. е. $\frac{2y}{-2x}=\frac{a+b}{b-a}$, или $\frac{y}{x}=\frac{a+b}{a-b}$. Отсюда: $\frac{x}{y}=\frac{a-b}{a+b}$. **431.** 10, 15. **432.** 56, 35. **433.** 32, 40, 48. **434.** Пропорциональность: а) прямая, б) обратная, в) прямая, **435.** В пропорциональной зависимости: а) прямой, б) прямой, в) обратной. **436.** а) да; б) нет; в) да; г) нет; д) нет; е) да; ж) да **437.** $\frac{3}{2}$ или $\frac{2}{3}$ ($y=\frac{3}{2}x$ или $x=\frac{2}{3}y$). **438.** $z=ay$; $5=a\cdot 2$; $a=\frac{5}{2}$; $z=\frac{5}{2}y$; $7\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$. **439.** $y=\frac{a}{x}$; $3=\frac{a}{2}$; $a=6$; $y=\frac{6}{x}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{6}{4}$. **440.** Пусть a_1 и a_2 будут две стороны треугольника и h_1 и h_2 высоты, опущенные на них; тогда площадь тр-ка $=\frac{1}{2}a_1$, $h_1=\frac{1}{2}a_2h_2$. Отсюда: $a_1h_1=a_2h_2$ *и, следовательно,* $a_1:a_2=h_2:h_1$. **441.** Нет: если x увеличится в 2, 3, 4.... раза, то y не увеличится во столько же раз. **442.** Сила f прямо пропорциональна m, m' и k и обратно пропорциональна d^2. Коэффициент k есть сила притяжения двух масс, из которых каждая равна единице массы, на расстоянии, равном единице длины. **443.** Обратные значения тоже прямо пропорциональны. В самом деле, если величины x и y увеличиваются (или уменьшаются) в некоторое число раз, то обратные величины $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$ уменьшаются (или увеличиваются) *во столько же раз.* **444.** Обратные значения тоже обратно пропорциональны. **445.** а) прямо пропорциональны; б) обратно; в) прямо **446—456.** Не требуют ответа. **457.** Геом. место есть биссектриса углов xOy и $x'Oy'$. **458.** Геом. место есть биссектриса углов $x'Oy$ и xOy'. **459.** График есть прямая, проходящая через начало координат и через точку (1, v). **460.** График есть прямая, проходящая через начало координат и через точку (1, 6). **461.** График есть прямая, проходящая попрежнему через начало координат и через точку (1, 8) при $p=4$ и точку (1, 10) при $p=5$. **462.** График есть прямая, проходящая через начало координат и точку (1 *см*, 9,8 *мм*). **463—467.** Не требуют ответа. **468.** За единицу абсцисс можно взять 1 *см* и все ординаты уменьшить в 1000 раз. График выразится прямой, проходящей через точку с абсциссой 0 и ординатой 10 *см* и через точку с абсциссой 10 и ординатой 0,2 *см*. **469.** Прямые проходят через точки: (0, 1) и (3, 4); (0, —3) и (3, 3); (0, 3) и (—2, 2). **470.** Прямые проходят через точки: (0, ...) и (6, 0); $\left(0, -\frac{3}{8}\right)$ и $\left(5, 2\frac{5}{8}\right)$; (0, 2) и $\left(5, 5\frac{1}{2}\right)$. **471.** Прямые проходят через точки: (0, 0) и (3, —1); (0, —5) и (—5, 0); (0, 6) и (3, —1). **472.** Координаты точки пересечения должны быть: $x=0{,}9$, $y=-0{,}7$. **473.** Точка пересечения должна быть (2, 3). **474.** Их угловые коэффициенты равны. **475.** Два значения. В геометрическом смысле это означает, что положение прямой определяется двумя точками. **476** и **477.** Не требуют ответа. **478.** $x=1$; $x=\frac{2}{5}$. **479.** $x=2$; $x=-5$. **480.** $x=\frac{1}{[illegible]}$; $x=2$ (посторонний корень). **481.** $x=7$. **482.** Не вводятся. **483.** У...

$8=81$. 486. Уравнение обращается в тождество: $8x+3=8x+3$. 487. Тоже: $4=4$. 488. Тоже: $2x^2+2=2x^2+2$. 489. $x=\frac{c-b}{a}$; $x=\frac{a}{b}$; $x=\frac{a}{c-b}$. 490. $x=\frac{d-b}{a-c}$; $x=a+b$. 491. $2(a+b)x=0$; $x=0$. 492. $x=\frac{c}{2(a-b)}$. 493. $x=\frac{4-4a}{b-3}$. 494. $a=\frac{4}{3}$. 495. $t=\frac{100A}{ap}$; $a=\frac{100A}{pt}$; $p=\frac{100A}{at}$. 496. $h=\frac{2q}{b_1+b_2}$. 497. Решение дано при задаче. 498. $h=\frac{V}{\pi r^2}$. 499. $r^2=\frac{12}{3140}=0{,}0038\ldots$; $r=0{,}06\ldots$ (до $^1/_{100}$); $2r=0{,}12\ldots$ *см* $=1{,}2\ldots$ *мм*. 500. $r=\frac{V}{\pi h}+\frac{h}{3}$; $3\frac{1}{15}$. 501. $V=\frac{rhS}{2(h+r)}$. 502. $x=\frac{q^2+d^2-p^2}{2d}$. 503. $C=\frac{5F-160}{9}$. 504. $C=F=-40$. 505. $c=\frac{9ab}{6a+3b}$. 506. $x=\frac{a(Q-P)}{b(Q+P)}$. 507. $a=5$. 508. $F=\frac{r_1r_2}{(m-1)(r_1+r_2)}$. 509. Ответ дан при задаче. 510. Если буквою x обозначим расстояние от центра O' до точки пересечения, то из подобия треугольников получим пропорцию: $x:(d+x)=r':r$, из которой найдем: $x=\frac{dr'}{r-r'}$. При $r>r'$ решение будет положительное, при $r<r'$ отрицательное (тогда расстояние x надо откладывать в противоположную сторону), при $r=r'$ решение будет ∞ (касательная окажется параллельной линии центров) и при $r=r'$ и $d=0$ решение будет неопределенное. 511. $x=\frac{dr'}{r+r'}$; при $r=r'$ получим: $x=\frac{1}{2}d$ 512. Если x есть цена по старому прейскуранту, то новая цена должна быть $x+\frac{1}{10}x=\frac{11}{10}x$. С этой цены сделана уступка 10%; значит, надо было уплатить $\frac{9}{10}$ этой цены, т. е. $\frac{99}{100}x$. Из уравнения $\frac{99}{100}x=N$ находим: $x=\frac{100N}{99}$. 513. Знак $<$. 514. $x>50$. 515. $\frac{1}{2}x>4\frac{5}{6}$. 516. $7<9+2x$. 517. $-2<2x$. 518. $7x>3-2x$. 519. $2a>3b$. 520. $-a+b<-c+d$, т. е. $b-a<d-c$. 521. $x>-12$; $x<2$. 522. $x<7\frac{1}{2}$; $x<4+b$. 523. $x>1$, если $ab>0$, и $x<1$, если $ab<0$; $x<4$. 524. Только тогда, когда c и d положительные числа. 525. Всегда, если числа a и b положительны. Если числа a и b оба отрицательны, то возвышение в четную степень меняет знак неравенства, а в нечетную степень не меняет. 526. Если $ab>0$, то числа a и b одинакового знака; если же $ab<0$, то они разных знаков. 527. Дробь $\frac{a}{b}$ должна быть правильной, т. е. $a<b$. 528. $a>b$. 529. $x=2$, $y=1$; $x=1$, $x=1$, $y=-2$; $x=-3$, $y=-3$. 530. $x=16$, $y=35$; $x=1$, $y=-2$; $x=-\frac{4}{3}$, $y=2$. 531. $x=-\frac{1}{2}$, $y=1$; $x=5$, $y=1$; $x=7$, $y=2$. 532. $x=0{,}3$, $y=0{,}2$; $x=0{,}7$, $y=0{,}3$; $x=14$, $y=125$. 533. $x=2\frac{1}{2}$, $y=1$. 534. $x=3$, $y=5$. 535. $x=44$, $y=21$. 536. $x=\frac{35}{13}$, $y=-\frac{23}{13}$. 537. $x=9$, $y=10$; $x=48$, $y=7$. 538. $x=\frac{9}{13}$, $y=\frac{21}{13}$, $x=\frac{am}{m+n}$, $y=\frac{an}{m+n}$. 539. $x=\frac{c}{ba+bm}$,

$y=\frac{mc}{a+bm}$; $x=\frac{a+bm}{mn-1}$, $y=\frac{an+b}{mn-1}$. **540.** $x=\frac{ab}{a+b}$, $y=\frac{ab}{a+b}$; $x=a$, $y=b$. **541.** $a=3$, $b=-5$. **542.** $b=40$, $c=4000$, $s=40$. **543.** $a=2$, $b=-3$. **544.** $k=2$, $l=-1$. **545.** $\frac{1}{3}(3x^2+10x-25)$. **546.** $\frac{1}{4}(9y^2-50y+25)$. **547.** $x=-2\frac{2}{5}$, $y=4\frac{4}{5}$. **548.** Вычисленные результаты должны быть: $x=-3$, $y=8$; $x=\frac{7}{2}$, $y=\frac{5}{2}$. **549.** $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$; $x=4\frac{4}{11}$, $y=-\frac{10}{11}$. **550.** $x=-2$, $y=-5$; $x=-\frac{1}{3}$, $y=3$. **551.** Вычисленные корни должны быть: $x=\frac{110}{27}=4{,}07\ldots$, $y=\frac{5}{9}=0{,}55\ldots$ **552.** 1 руб. 10 коп. и 40 коп. **553.** 12 600 и 14 400. **554.** 243 и 162. **555.** $\frac{6}{25}$. **556.** 5 руб. и 2 руб. **557.** 31 и 12. **558.** 35. **559.** 206. **560.** 40 и 25. **561.** 50 и 30 *км в час.* **562.** 6 *м* и 5 *м.* **563.** Столбов 200, расстояние $=11$ *км.* **564.** $\frac{a^2-d^2}{2d}$. **565.** $\frac{4}{7}d$, $\frac{10}{7}d$, $\frac{12}{7}d$, $\frac{2}{7}d$. **566.** Катеты одного треугольника $1\frac{2}{3}$ *м* и $13\frac{1}{3}$ *м,* другого $9\frac{2}{3}$ *м* и $9\frac{1}{3}$ *м.* **567.** $\frac{a(h-p)}{h-a}$, $\frac{h(p-a)}{h-a}$. Так как стороны вписанного прямоугольника величины положительные, то из найденных формул видно, что если $a<h$, то $p>a$ и $p<h$; если $a>h$, то $p<a$ и $p>h$; если $a=h$, но $p\neq h$, то задача невозможна. Если же при $a=h$ еще и $p=h$, то задача окажется неопределенной. Действительно, в этом случае, как можно видеть из рассмотрения чертежа при $a=h$ и $p=h$, всякий вписанный прямоугольник удовлетворяет задаче, так как у всякого периметр будет $2p$. **568.** Скорость парохода $=\frac{h(t+t')}{2tt'}$, реки $=\frac{h(t-t')}{2tt'}$. **569.** $\frac{p-mr}{q-r}$, $\frac{mq-p}{q-r}$. **570.** $a=0{,}3$; $b=0{,}8$; $2\frac{1}{8}$ **571.** $a=18\frac{1}{5}$; $b=-66\frac{4}{5}$; 224 руб. 40 коп. **572.** $a=2$; $b=-3$; $x=2$. **573.** $a=\frac{4}{3}$; $b=\frac{2}{3}$; $-2\frac{4}{9}$. **574.** $A=\frac{7}{3}$; $B=-\frac{1}{3}$. **575.** $x=2$; $y=3$; $z=5$. **576.** $x=4$; $y=0$; $z=5$. **577.** $x=3\frac{1}{2}$; $y=2\frac{1}{4}$; $z=4$. **578.** $x=51$; $y=76$; $z=1$. **579.** $A=5$; $B=-1$, $C=-3$. **580.** $x=8$; $y=10$; $z=5$ **581.** $x=2$; $y=4$; $z=1$; $u=5$. **582.** $x=3$; $y=2$; $z=-4$; $u=0$. **583.** $x=3$; $y=1$; $z=1$; $u=6$. **584.** $x=36$; $y=6$. **585.** $x=6$; $y=12$; $z=8$. **586.** $x=-6\frac{1}{3}$; $y=3\frac{3}{4}$. **587.** Сложив второе уравнение с третьим, получим: $2x=32$, $x=16$. Вычтя из первого второе, найдем: $2z=11$; $z=\frac{11}{2}=5\frac{1}{2}$. Наконец, вычтя из первого третье, получим: $2y=15\frac{1}{2}$; $y=7\frac{3}{4}$. **588.** 400; 640; 780. **589.** $1\frac{7}{8}$ руб.; $\frac{1}{2}$ руб.; 5 руб. **590.** 432. **591.** 20 дней; 30 дней; 60 дней; 10 дней. **592.** 35 и 40 дней. **593.** $x=3$; $y=12$; $z=4$. **594.** $7\frac{1}{7}$ *кг*; $9\frac{2}{7}$ *кг* и $20\frac{4}{7}$ *кг.* **595.** У A было 26; у B 14 и у C 8. **596.** Решение при задаче. **597.** $+1$; $+4$; $+a^2$; -1; $a^2-a^2=0$; **598.** $1^2=(-1)^2$ и $a^2-2ab+b^2=b^2-2ab+a^2$. **599.** Правильная уменьшается, неправильная увеличивается. **600.** m^2n^2; $4x^2y^2$; $\frac{1}{4}a^2b^2c^2$; $25a^2x^2$. **601.** a^6; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{16}$;

0,09; 0,01. **602.** $4a^6b^4c^2$; $\frac{4}{9}a^4x^4$; $0,04a^2x^8$. **603.** $0,01x^8y^2$; $\frac{9a^4x^8}{25b^4y^2}$; $\frac{16a^4m^2n^2}{9b^2x^8}$.
604. $\frac{4(a+b)^2x^2}{49a^2b^2y^4}$; $-\frac{9x^2y^4}{0,0001m^6}$. **605.** $4a^4-2a^3+4\frac{1}{4}a^2-a+1$. **606.** $\frac{1}{4}x^4-4x^3+$ $+13x^2+24x+9$. **607.** $25a^6x^2-30a^5x^3+19a^4x^4-36a^3x^5+19a^2x^6-6ax^7+9x^8$.
608. $0,09x^6-0,06x^5-0,44x^4+0,45x^3+0,4625x^2-0,75x+0,25$. **609.** $\frac{9}{25}a^6b^2-$ $-\frac{4}{5}a^5b^3+\frac{128}{45}a^4b^4-\frac{227}{75}a^3b^5+\frac{22}{5}a^2b^6-\frac{6}{5}ab^7+0,09b^8$. **610.** Не требует ответа. **611.** Всегда; не всегда. **612.** $a-b$ равно либо $m-n$, либо $n-m$. **613.** Не обладает; обладает.

614.

49	64	4	49
70	48	24	42
25	9	36	9
5625	6889	0,0676	53,29

615.

9	16	4	25
12	40	12	20
4	25	9	4
512	810	322	624
64	81	49	36
107584	210681	5,6169	0,276676

616.

9	25	25	9
12	0	70	48
4	0	49	64
448	200	114	76
49	4	1	1
2616	6024	7994	2286
16	36	49	9
10719076	25260676	3298,4089	14,538969

617. Не требует ответа. **618.** Абсциссы точек пересечения будут: 1,28 и $-0,78$ **619.** Абсциссы точек пересечения будут: 1,366 и $-0,366$. **620.** а) К оси x-ов. б) к оси y-ов. **621.** а) $y=ax^2$, где a постоянное число; б) $a=5$; 1125. **622.** $\frac{2}{5}$; $x=\sqrt{50}=7,071\ldots$ **623.** Решение и ответ указаны при задаче. **624.** Тоже. **625.** $5\frac{5}{9}$.
626. $z=\frac{A}{x^2}$. **627.** 18,37; 3,52; 5,77. **628.** -1; $+1$; -1; $+1$. **629.** -8; $+16$; -32, $-a^3$; $+a^4$. **630.** $+1$; $+1$; 0; y^3. **631.** $-125a^3x^3$; $-a^{12}$; $+a$; x^{mn}. **632.** $\frac{27}{125}$ $-\frac{27}{125}$; 0,027; $\frac{a^4}{b^4}$. **633.** $343a^6x^3y^3$; $-\frac{8}{27}a^{12}x^3$; $\frac{0,0001a^4b^8}{x^4}$. **634.** $(-1)^{2n}=[(-1)^2]^n=$ $=(+1)^n=1$; $(-1)^{2n+1}=(-1)^{2n}(-1);=(+1)(-1)=-1$; $(-1)^{2n-1}=(-1)^{2n}$ $-1=(+1):(-1)=-1$; $(-1)^{n+1}=(-1)^{n-1}(-1)^2=(-1)^{n-1}(+1)=(-1)^{n-1}$.
635. При $a=1, 2, 3, \ldots -1, -2, -3, \ldots$ выражение $(-a)^n$ дает: $(-1)^n$; $(-2)^n$. $(-3)^n, \ldots$ $[-(-1)]^n=(+1)^n=1$; $[-(-2)]^n=(+2)^n=2^n, \ldots$ При тех же значениях a выражение $(-1)^na^n$ дает: $(-1)^n1^n=(-1)^n$; $(-1)^n(2^n)=[(-1)2]^n=(-2)^n$, и т. д. Вообще: $(-a)^n=[(-1)a]^n=(-1)^na^n$. **636** и **637** не требуют ответа. **638.** ± 10; $\pm 0,1$; $\pm\frac{1}{2}$; $\pm\frac{3}{4}$; $\pm a$; $\pm x$. **639.** 5; 27; a; $1+x$. **640.** 3; -3; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $-0,1$

641. ± 2; $\pm \frac{1}{2}$; ± 3; мнимые числа. 642. Могут. Например, $\sqrt[1]{3}$ означает такое число, которое, будучи возвышено в первую степень, дает 3; такое число есть 3. Подобно этому $\sqrt[0]{3}$ означало бы такое число, которого нулевая степень составила бы 3; такого числа нет, так как всякое число возвышенное в нулевую степень, дает 1, а не 3. 643. $\pm 2 \cdot 3$; $\pm \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 5$; $\pm 2ab$, $\pm 3axy^2$. 644. $-3ab$; $\pm \frac{1}{2} ax$; $\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[5]{b} \cdot \sqrt[5]{c}$. 645. $\pm a^2$; $\pm 2^2$; $\pm x^3$; $\pm (a+b)^2$. 646. 2^2; $-a^3$; x^3; $(m+n)^2$. 647. $\pm \frac{3}{5}$; мнимое число; $\pm \frac{a}{b^3}$; $\pm \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{m-n}}$. 648. $\frac{2}{5}$; $-\frac{3}{10}$; $\frac{a^2}{b}$; $\frac{\sqrt[3]{x}}{y}$; $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}$. 649. $\pm \frac{a^2}{\sqrt{b}}$; $\pm \frac{\sqrt{x}}{y}$; $\pm \frac{a^n}{b^{2n}}$. 650. $\pm 5a^3bc^2$; $\pm 0{,}6x^2y$; $\pm \frac{1}{2}(b+c)^3x^2$. 651. $-0{,}1x^2y$; $5(x+y)^2(x-y)$. 652. $\pm \frac{3ab^2}{5x^3y}$; $\pm \frac{0{,}1a^3b^3}{7mn^3}$; $-\frac{3a^2b^2}{xy^4}$. 653. Не обладает. Так, арифметическое значение $\sqrt{9+16}$ равно 5, тогда как $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$. 654. Обладает; например, $\sqrt{ab}$ всегда равен $\sqrt{a}\sqrt{b}$ (если a и b числа положительные). 655. $2a\sqrt{a}$; $2a^3b^3\sqrt{2b}$; $5a^2bx\sqrt{2abx}$; $2a\sqrt[3]{2a}$. 656. $-3x\sqrt[3]{3x^2y^3}$; $7(a+b)\sqrt{2(a+x)}$; $5x^3\sqrt[3]{2xy}$. 657. $3\sqrt{3}$; $4\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $2\sqrt{15}$; $5\sqrt{5}$; $24\sqrt{3}$. 658. $\sqrt{8}$; $\sqrt{490}$, $\sqrt{125}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{a^3}$. 659. $\sqrt{2a^3b^2}$; $\sqrt{x}$; $\sqrt[3]{2a}$. 660. $\sqrt{\frac{a^3}{b}}$; $\sqrt{1875}$. 661. $\sqrt[3]{24a^7b^2}$; $\sqrt{(a+b)^3}$. 662. $\sqrt{2a^3(x-y)^3}$. 663. $\frac{\sqrt{6}}{60}$; $\frac{\sqrt{165}}{60}$; $\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a-x}$. 664. $\frac{\sqrt[3]{21a^2xy}}{7ay}$; $\frac{\sqrt{36a^2x^2-54a^2x+60ax}}{6ax}$. 665. В первой и в третьей строках равны, во второй и в четвертой не равны. 666. 17; 65; 247; 763. 667. 368; 978; 7563. 668. 8276; 20 548. 669. 534 762. 670. Всякое целое число оканчивается на какую-нибудь из 10 цифр; 0, 1, 2, 3, ..., 9; поэтому последняя цифра квадрата целого числа должна быть одна из тех цифр, на которые оканчиваются квадраты этих 10 чисел. Перебирая квадраты этих чисел (0^2, 1^2, 2^2, ..., 9^2), мы замечаем, что ни один из них не оканчивается ни на 2, ни на 3, ни на 7 и ни на 8. Следовательно, ... 671. 3; 3,6; 3,606. 672. 6; 15. 673. 10,05; 0,89. 674. 0,09; 4,37. 675. 1,80; 0,50. 676. 18; 18,8; 18,86. 677. 18,03. 678. 21,42. 679. 13,45. 680. 8,602. 681. 26,57; 7,81. 682. 14,1; 57,01. 683. 0,161. 684. 16,61; 5,657; 70,27; 86,34. 685. 1,857; 1,476; 0,7503. 686. 0,2796, 0,2710; 0,7127. 687. 2,828; 3,464; 5,196; 22,14; 4,472; 11,18. 688. 0,77, 0,65; 0,80; 0,64; 0,16. 689. $\frac{1}{5}\sqrt{15} = \frac{1}{5} \cdot 3{,}873 = 0{,}7746$ (до $\frac{1}{5}$ тысячной); $\frac{1}{7}\sqrt{21} = \frac{1}{7} \cdot 4{,}583 = 0{,}6547$ (до $\frac{1}{7}$ тысячной); $\frac{1}{11}\sqrt{77} = \frac{1}{11} \cdot 8{,}775 = 0{,}7977$ (до $\frac{1}{11}$ тысячной); $\frac{1}{12}\sqrt{60} = \frac{1}{12} \cdot 7{,}746 = 0{,}6455$ (до $\frac{1}{12}$ тысячной); $\frac{1}{250}\sqrt{1750} = \frac{1}{250} \cdot 41{,}83 = 0{,}1673$ (до $\frac{1}{250}$ тысячной). 690. 0,5; 2,4; 1,52; 0,05. 691, 692, 693 не требуют ответа. 694. Первые три — рациональные, последняя — иррациональная. 695. $<$, $>$, $<$, $>$, $=$. 696. 1,71. 697. Всякую периодическую дробь можно обратить в обыкновенную несократимую дробь, а квадрат такой

2,7182 и 2,7183. Подчеркнутые числа точны до $\frac{1}{2}$ единицы последнего разряда.

699. С точностью до 0,001, если слагаемых не более 10. **700.** 5,40; 8,85. **701.** 3,00. **702.** 3,634. **703.** 0,208. **704.** 8,291. **705.** 1,176. **706.** 15,81. **707.** 119,10. **708.** 3,9999; погрешность меньше 53 стотысячных, значит, меньше 1 тысячной. **709.** 1,9999, погрешность меньше 47 стотысячных, значит, меньше 1 тысячной. **710.** 23,24; 15,18. **711.** 1,46. **712.** 0,40 (или 0,41). **713.** 3,0 $\left(\text{до } \frac{1}{10}\right)$. **714.** 1,122. **715.** $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[4]{25}$; $\sqrt[6]{x^3}$, $\sqrt[6]{x^4}$; $\sqrt[12]{16}$, $\sqrt[12]{27}$; $\sqrt[12]{x^9}$; $\sqrt[12]{y^{10}}$. **716.** $\sqrt[30]{3^{15}}$, $\sqrt[30]{4^6}$, $\sqrt[30]{2^5}$; $\sqrt[30]{\left(\frac{1}{2}\right)^{15}}$, $\sqrt[30]{\left(\frac{5}{9}\right)^{6}}$, $\sqrt[30]{\left(\frac{1}{3}\right)^{10}}$. **717.** $\sqrt[12]{x^4y^8}$, $\sqrt[12]{y^6z^6}$, $\sqrt[12]{x^3z^6}$; $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{x}\right)^3}$, $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{x}\right)^2}$.

718. $\sqrt{3} > \sqrt[3]{5}$, так как $\sqrt{3}=\sqrt[6]{27}$, а $\sqrt[3]{5}=\sqrt[6]{25}$. **719.** $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{x}$; $\sqrt{x}$, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a+b}$. **720.** $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$; $\sqrt[3]{3a^2b^4}$, $\sqrt{2ab^3}$. **721.** $\sqrt[3]{2x^2}$, $\sqrt[3]{11a^2b^2}$; $\sqrt[5]{2ab^4c^{10}}$. **722.** $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$; $5\sqrt{2}$; $\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $\frac{4}{3}\sqrt{3}$, $\frac{7}{9}\sqrt{3}$. **723.** $\sqrt[3]{4}$. $2\sqrt[3]{4}$; $3\sqrt[3]{4}$; $\frac{2}{5}\sqrt[3]{25}$, $\frac{4}{5}\sqrt[3]{25}$, $\frac{3}{5}\sqrt[3]{25}$. **724.** $a\sqrt{ax}$, $x\sqrt{ax}$, $\sqrt{ax}$; $\frac{1}{x}\sqrt{ax}$, $\frac{1}{3a}\sqrt{ax}$, $x\sqrt{ax}$, $0,5\sqrt{ax}$. **725.** $\frac{x}{a}\sqrt{ab}$, $\frac{x}{a}\sqrt{ab}$, $\frac{x}{ab}\sqrt{ab}$. **726.** $-8\sqrt{2}$. **727.** $-13\sqrt{3}$.

728. $1\frac{13}{15}\sqrt{15}$. **729.** $(2a^2b+ab-1)\sqrt{2ab}$. **730.** $9\sqrt[3]{7}$. **731.** $2p^3x\sqrt[3]{2px}$. **732.** $4\sqrt[3]{a^2}-$ $+3\sqrt[3]{a}$. **733.** $8\sqrt[3]{2a^2}$. **734.** $-a\sqrt{1+x^2}$. **735.** $-\frac{1}{2}\sqrt{2}-2\frac{2}{3}\sqrt{3}$. **736.** 4; 1

737. $\sqrt{864}$; 120. **738.** 15; $6a^3$. **739.** $\frac{16x}{a}$; $4ab^3$. **740.** $\sqrt[6]{a^5}$; $\sqrt[6]{30}$; $2\sqrt[3]{3}$.

741. $\sqrt[6]{\frac{1}{384}}$; $\sqrt[6]{2}$. **742.** $\frac{3x-2}{3x+2}\sqrt{3x+2}$, ± 2. **743.** $2a\sqrt{10}$; $1,8a\sqrt{10}$. **744.** $\sqrt{b}$, ± 2. **745.** $2a\sqrt{2a}$; $10z^2\sqrt[3]{x}$. **746.** $\sqrt[6]{x}$; $\sqrt[6]{128}$; $\sqrt[12]{a^5}$. **747.** $10a\sqrt{\frac{100a}{3}}$; $4a\sqrt[6]{9m^2n}$. **748.** $\frac{1}{4}ab\sqrt{2ab}$; $2a\sqrt[3]{2ax^2}$; $9a^4x^2\sqrt[3]{(a+b)^2}$. **749.** $(1+x^3)\sqrt{1+x^4}$; x^4; $81a^6b^9\sqrt[3]{ab}$. **750.** $\sqrt{\frac{8a^3}{\sqrt[4]{(1+x)^3}}}$; $\sqrt[3]{3ax}$; $\sqrt{a}$. **751.** $-0,001a^7x^4$; $\frac{2}{81}ax^{4m+1}$.

752. $\sqrt[6]{a}$; $\sqrt[6]{a}$; $\sqrt[6]{ab}$; $\sqrt[4]{a}$. **753.** $\sqrt[6]{12}$; $\sqrt[4]{a^3}$; $\sqrt[12]{a^7}$. **754.** $\sqrt[3]{128}$; $\sqrt[6]{\frac{9}{4}}$; $\sqrt{a}$.

755. 1,968; 3,464; 4,757; 7. **756.** $5-2\sqrt{6}$; $\sqrt[3]{a^2}-4$. **757.** $2a+2\sqrt{a^2-x^2}$, $\frac{1}{2}$.

758. 2. **759.** $8\sqrt{6}-18$. **760.** $4a+12\sqrt{ab}+9b+2\sqrt{ac}+3\sqrt{bc}+\frac{1}{4}c$.

761. $4x\sqrt{x^2-1}$. **762.** 0. **763.** $\frac{1+x}{1-x}$. **764.** x^3-y^3. **765.** $\frac{1}{1-x^2}$. **766.** $4-\sqrt{5}$.

767 — **770.** Не требуют ответа. **771.** $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; $\frac{2}{3}\sqrt{5}=\frac{1}{3}\sqrt{20}$; $\frac{\sqrt{a}}{m}$.

772. $6-\sqrt{8}$, $91+\sqrt{1014}$, $\sqrt{4500}-20$ … 773. …

$\frac{1}{2}x(\sqrt{5}+\sqrt{3})$; $\frac{9-4\sqrt{3}}{11}$; $\frac{12\sqrt{70}-5\sqrt{84}}{228}$. 774. $2x^2-1+2x\sqrt{x^2-1}$; $\frac{4+4\sqrt{x}+x}{4-x}$; $\frac{a^2+2ab\sqrt{x}+b^2x}{a^2-b^2x}$; $\frac{\sqrt{x+5}+2}{x+1}$. 775. $\frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{12}$; $-\frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{12}$; $\frac{\sqrt{30}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{12}$. 776. 16; $\frac{2\sqrt{x}}{1-x}$. 777. $\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}$; $\frac{a\sqrt{1+b^2}-b\sqrt{1+a^2}}{a^2-b^2}$. 778. $\sqrt{2}$; $9+3\sqrt{3}$. 779. $x=\pm 7$; ± 3; $\pm\sqrt{-25}$ (мнимые корни). 780. ± 9; ± 9. 781. $x_1=0$, $x_2=\frac{7}{2}$; $0, -\frac{7}{3}$; $0, \frac{15}{4}$. 782. $x=\pm 6$; $\pm\frac{3}{4}$. 783. $x=\pm\frac{5}{2}$; ± 4. 784. ± 5. 785. 0 и 1; 0 и 4; 0; 0. 786. 2 и 5; 0 и -4; 2 и -3. 787. $b=\frac{ah}{\sqrt{a^2-h^2}}$. 788. $r=\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$. 789. Первое уравнение не имеет корней (график не пересекается с осью x-ов); корни второго уравнения будут ± 2 и третьего ± 3. 790. Первое уравнение не имеет корней; корни второго $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$, третьего 0 и -2 791. 1,449 и $-3{,}449$; 2,414 и $-0{,}414$. 792. 0,232 и $-3{,}232$; $\frac{3}{2}$ 793. 5,828 и 0,172. 794. 4,736 и 0,264; $-1{,}764$ и $-6{,}236$. 795. 0,541 и $-5{,}541$; 2,618 и 0,382. 796. 1,274 и 0,3924; 1,2718 и 0,4718. 797. 0,222 и $-3{,}222$; 1,236 и $-3{,}236$. 798. $-1\pm\sqrt{-13}$. 799. 3 и 2. 800. 12 и 4. 801. 3 и -9. 802. 8 и $-2\frac{1}{4}$. 803. 9,477 и $-1{,}477$. 804. $-3\frac{3}{4}$ и $-5\frac{17}{20}$. 805. $2, -\frac{1}{4}$. 806. $1, -5$. 807. 4. 808. 44 и -2 809. 2. $\frac{1}{2}$. 810. 6,701 и 0,298. 811. 6 и -3. 812. 0,559 и $-2{,}559$. 813. 5 и 2. 814. $d(2\pm\sqrt{3})$. 815. 6 и 1. 816. $2\frac{1}{2}$ и -1. 817. $4\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$. 818. $-\frac{2}{3}$. 819. 7 и $\frac{2}{5}$. 820. $6\frac{3}{7}$ и $3\frac{1}{4}$. 821. 1,781 и $-0{,}281$. 822. 1,5694 и 0,0306. 823. $\frac{5}{13}$ и $-\frac{11}{5}$. 824. 7 и 0. 825. $67\frac{1}{6}$ и $4\frac{1}{2}$. 826. 14 и -10. 827. a и $\frac{1}{a}$. 828. $a+b$ и $a-b$ 829. $a(1+\sqrt{2})$ и $a(1-\sqrt{2})$. 830. $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$. 831. $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$. 832. $-x^2-x+9$: 2 и -3. 833. Искомая таблица будет

x	1	2	3	4	10	-1	-2	-3	-4	-10
y	2	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{4}$	$10\frac{1}{10}$	-2	$-2\frac{1}{2}$	$-3\frac{1}{3}$	$-4\frac{1}{4}$	$-10\frac{1}{10}$

Обозначив какое-нибудь значение y буквою a, решим уравнение: $x+\frac{1}{x}=a$ (т.е. квадратное уравнение $x^2-ax+1=0$); получим для x два такие значения: $x_1=\frac{1}{2}(a+\sqrt{a^2-4})$, $x_2=\frac{1}{2}(a-\sqrt{a^2-4})$. Подставив в эти формулы на

место a последовательно числа 2, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$..., получим для каждого из этих чисел (кроме 2 и —2) по два различных значения для x. **834.** Корни должны быть: 2,618... и 0,382... **835.** $a=3$, $b=-5$, $c=-8$. Корни уравнения $2\frac{2}{3}$ и —1. **836.** Когда a и c разных знаков. **837.** 50 и 15. **838.** 24 и 39, или —41 и —26 **839.** 11 и —12. **840.** 8 и 6. **841.** 18 и —17. **842.** 14, 16, 18 (или —18, —16, —14). **843.** 8 и 6. **844.** 9, 18, 27 (или —9, —18, —27). **845.** —5 и —9. **846.** $\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}$. **847.** 74. **848.** 33. **849.** 3, 4, 5. **850.** 12. **851.** 240 *кв. см.* **852.** 26, 21. **853.** 12,071 *см.* **854.** $\frac{1}{2}(\sqrt{8a^2-m^2}-m)$, $\frac{1}{2}(\sqrt{8a^2-m^2}+m)$. **855.** 8 *м.* **856.** 24 и 7. **857.** 20 *см.* **858.** $\frac{1}{2}(b+\sqrt{b^2-a^2})$, $\frac{1}{2}(b-\sqrt{b^2-a^2})$. **859.** $\sqrt{2}-1$. **860.** 12 *м* и 5 *м.* **861.** 5,77 и 4,23 (а также 37,56 и —27,56). **862.** Решение и ответ при задаче. **863.** 3, 4, 5. **864.** 20 *км в час.* **865.** $x=b+c-a\pm\sqrt{2(a-b)(a-c)}$. **866.** 40 *км в час.* **867.** A получал в час 1 р. 50 к., B получал 1 р. 25 к. в час. **868.** 7. **869.** Ответ при задаче. **870.** $AB^2=4+x^2$, $AC^2=4+(5-x)^2$; $AC^2=4AB^2$; $x_1=1$, $x_2=-4\frac{1}{3}$. Отрицательное решение означает, что отрезок BN лежит не на BC, а на продолжении BC за точку B (треугольник тупоугольный). **871.** Каждый ученик первой группы, состоящей из 60 чел., получил по 3 листа. **872.** 54. **873.** 8 мальчиков и 12 девочек. **874.** 10 *км* и 9 *км.* **875.** 12 мужчин и 20 женщин. **876.** 45. **877.** 60 руб. или 40 руб **878.** $4\frac{1}{2}$ *га.* **879.** Решение и ответ при задаче. **880.** $+8$; -9; -1; -1 **881.** $+1$, 2; $\frac{5}{3}$, 2. **882.** $+4$, -2; $+7$, 0. **883.** Если обозначим корни буквами α и β, то можем написать: $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-p)^2-2q=p^2-2q$; $\alpha^4+\beta^4=(\alpha^2+\beta^2)^2-2\alpha^2\beta^2=(p^2-2q)^2-2q^2=p^4-4p^2q+2q^2$. **884.** Подставим в уравнение на место x сначала α, потом β и вычтем почленно: $\alpha^2-\beta^2+m(\alpha-\beta)=0$; отсюда: $m=-(\alpha^2-\beta^2):(\alpha-\beta)=-(\alpha+\beta)$. Теперь подставим эту величину вместо m в равенство: $\alpha^2+m\alpha+m^2=2$ и упростим: $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=2$. **885.** $3-\sqrt{2}$. **886.** $x^2-2m+m^2+n=0$. **887.** $x^2-10x+16=0$; $x^2-6x-16=0$; $x^2+6x-16=0$; $x^2+10x+16=0$. **888.** $x^2-5x=0$; $x^2+5x=0$; $x^2-8x+16=0$; $x^2+8x+16=0$. **889.** $x^2+\frac{1}{12}x-\frac{1}{2}=0$; $x^2+\frac{23}{12}x+\frac{5}{6}=0$; $x^2-\frac{a^2+b^2}{ab}x+1=0$. **890.** $x^2-2ax+a^2-b^2=0$; $x^2-\frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}x+1=0$. **891.** $x^2-2x-2=0$. $x^2-4x-1=0$. **892.** $x^2+24x+54=0$. **893.** $p=1$, $q=-2$ **894.** 1) $5>k>0$; 2) невозможно ни при каком k, так как сумма отрицательных корней была бы число отрицательное и, следовательно, коэффициент второго члена уравнения должен быть число положительное, а не отрицательное, как в данном уравнении; 3) $k=5$; 4) $k<0$; 5) $k>5$. **895.** $(x-10)(x-7)$; $(x-8)(x+11)$ **896.** $3(x-4)\left(x-\frac{2}{3}\right)=(x-4)(3x-2)$; $(3x-1)(2x+1)$. **897.** $20\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{8}{5}\right)=(4x-3)(5x+8)$; $(x-2)(x+10)$. **898.** $(x+1)^2(x-3)$. **899.** $(a-3b)(2a+7b)$. **900.** $6\left(p-\frac{2}{3}q\right)\left(p+\frac{3}{2}q\right)=(3p-2q)(2p+3q)$. **901.** $18\left(a-\frac{1}{3}\right)$

$\left(a-\frac{1}{6}\right)=(3a-1)\ (6a-1)$. **902.** $5(x^2-6x+7)$. **903.** $\frac{x+13}{x+15}$; $\frac{2(x+9)}{3(x-7)}$. **904.** $\frac{x+2a-b}{x+a-b}$. **905.** 1) $(x-3)^2$; при всяком значении x трехчлен будет положительное число, только при $x=3$ он равен 0; 2) $(x-9)(x-5)$; трехчлен будет положительное число при $x>9$ и при $x<5$; он будет отрицательным числом при x, заключающемся между 5 и 9. **906.** 1) $(x-5)(x+1)>0$ при $x>5$ и при $x<-1$; $(x-5)(x+1)<0$ при $5>x>-1$. 2) $-6\left(x-\frac{4}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)=-(3x-4)(2x+3)=(4-3x)(2x+3)$. Это произведение дает отрицательные числа при $3x>4$, т. е. при $x>\frac{4}{3}$; при других значениях x оно дает положительные числа или нуль (при $4=3x$ и при $2x=-3$). **907, 908** и **909** не требуют ответа. **910.** Корни уравнений должны быть: 1) $\frac{2}{3}$ и -3, 2) $-\frac{1}{3}$ и -2 и 3) 1,15 и $-3{,}48$. Для пользования графиком 1-го уравнения надо уравнения 2-е и 3-е преобразовать так: 2) $3x^2+7x+2=3x^2+7x-6+$ $+8=y+8$; $y=-8$. 3) $x^2+\frac{7}{3}x-4=0$; $3x^2+7x-12=0$; $3x^2+7x-6-$ $-6=0$; $y-6=0$; $y=6$. **911.** Корни 1-го уравнения должны быть: $-0{,}79$ и $-2{,}21$, 2-го уравнения: 0,37 и $-3{,}37$. Для пользования графиком 1-го уравнения надо 2-е уравнение преобразовать так: $2x^2+6x-2{,}5=2(x^2+3x-1{,}25)=2(x^2+3x+$ $+1{,}75-3)=2(y-3)=0$; $y=3$. **912.** Сходство: все они представляют собою параболу $y=x^2$. Различие только в положении вершины. **913.** При $x=0$ ордината параболы равна ординате прямой $(=q)$. При других значениях x ординаты параболы больше ординат прямой. Следовательно, прямая касается параболы в точке $(0, q)$. **914.** Три пары значений для x и y, так как тогда коэффициенты a, b и c определятся из системы трех уравнений. Геометрически это значит, что парабола $y=ax^2+bx+c$ вполне определяется тремя ее точками. Замечание Корни уравнений задач **915—918** должны быть следующие: **915.** 3, -2; 2,732 и $-0{,}732$; 0,561... и $-3{,}561$... **916.** $-1{,}192$... и $+4{,}192$; 6 и 6 (касание); 2,351 и $-0{,}851$. **917.** 0,618... и $-1{,}618$...; 3,449.. и $-1{,}449$; 5, -1. **918.** 2,303.. и $-1{,}303$; 3,192 и $-2{,}192$; $1\pm\sqrt{-1}$ (мнимые корни; парабола $y=-x^2+2x-2$ не пересекается с осью x-ов, или парабола $y=x^2$ не пересекается с прямою $y=2x-2$ и не касается ее). **919.** 1) При возрастании x от $-\infty$ до $\frac{3}{4}$ трехчлен убывает от $+\infty$ до $-\frac{1}{8}$ (наименьшее значение), переходя через 0 при $x=\frac{1}{2}$. При дальнейшем возрастании x от $\frac{3}{4}$ до $+\infty$ трехчлен возрастает от $-\frac{1}{8}$ до $+\infty$, переходя через 0 при $x=1$. 2) При возрастании x от $-\infty$ до $+1$ трехчлен возрастает от $-\infty$ до $+5$ (наибольшее значение), переходя через 0 при $x=-0{,}291$; при возрастании x от $+1$ до $+\infty$ трехчлен убывает от $+5$ до $-\infty$, переходя через 0 при $x=2{,}291$. **920.** 1) При возрастании x от $-\infty$ до $\frac{1}{3}$ трехчлен возрастает от $-\infty$ до $-1\frac{2}{3}$ (наибольшее значение); при дальнейшем

проходит. 2) При возрастании x от $-\infty$ до $+1\frac{1}{2}$ трехчлен возрастает от $-\infty$ до $4\frac{1}{2}$ (наибольшее значение), переходя через 0 при $x=0$; при дальнейшем возрастании x от $+1\frac{1}{2}$ до $+\infty$ трехчлен убывает до $-\infty$, переходя через 0 при $x=3$. **921.** 1) Наибольшее значение 5 при $x=1$. Корни $-0{,}291$ и $2{,}291$. 2) Наименьшее значение -9 при $x=2$; корни $6{,}243$ и $-2{,}243$. **922.** 1) Наименьшее значение -1 при $x=2$; корни 3 и 1. 2) Наименьшее значение $+2$ при $x=-2$; корни мнимые. **923.** При возрастании x от 0 до 10 $\left(\text{до } \frac{a}{2}\right)$ сумма квадратов убывает от 400 (от a^2) до н а и м е н ь ш е г о з н а ч е н и я 200 $\left(\frac{a^2}{2}\right)$; при возрастании x от 10 до 20 $\left(\text{от } \frac{a}{2} \text{ до } a\right)$ функция возрастает от 20 $\left(\text{от } \frac{a^2}{2}\right)$ до 400 (до a^2). **924.** При возрастании x от 0 до $\frac{a}{2}$ сумма кубов уменьшается от a^3 до $\frac{a^3}{4}$; при возрастании x от $\frac{a}{2}$ до a эта сумма возрастает от $\frac{a^3}{4}$ до a^3; наименьшее значение равно $\frac{a^3}{4}$ при $x=\frac{a}{2}$. **925.** Наименьшая диагональ будет при $x=\frac{p}{2}$, т. е. у квадрата; величина ее равна $\frac{1}{2}p\sqrt{2}$. **926.** Если каждую сторону данного квадрата (обозначим ее a) разделим на 2 какие-нибудь части x и $a-x$, причем части эти расположим в такой последовательности, чтобы к части x одной стороны примыкала часть $a-x$ смежной стороны, то, соединив последовательно прямыми точки раздела, мы получим вписанный квадрат (как легко усмотреть из равенства прямоугольных треугольников). Сторона этого квадрата равна $\sqrt{x^2+(a-x)^2}$, и потому площадь его есть $x^2+(a-x)^2=2x^2-2ax+$ $+a^2$. Трехчлен этот имеет наименьшее значение при $x=\frac{a}{2}$ $\left(\text{оно равно } \frac{a^2}{4}\right)$. Значит, наименьшая площадь будет у такого вписанного квадрата, вершины которого делят пополам стороны данного квадрата. **927.** $xy=x(a-x)=-x^2+ax$. Так как коэффициент при x^2 число отрицательное, то двучлен этот имеет наименьшее значение (§ 227). Чтобы найти его, преобразуем двучлен так: $-x^2+ax=$ $=-(x^2-ax)=-\left(x^2-ax+\frac{a^2}{4}\right)+\frac{a^2}{4}=\frac{a^2}{4}-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2$. Отсюда видно, что при $a=\frac{a}{2}$ двучлен обращается в $\frac{a^2}{4}$, а при всяком ином значении x двучлен будет менее $\frac{a^2}{4}$. Значит, $\frac{a^2}{4}$ есть наибольшая величина произведения $x(a-x)$, и эта величина получается при $x=\frac{a}{2}$, т. е. при равенстве обеих частей x и $y=a-x$. **928.** При возрастании x от 0 до 50 произведение частей возрастает от 0 до 2500; при возрастании x от 50 до 100 произведение уменьшается от 2500 до 0. Наибольшая величина произведения будет при $x=50$ (т. е. при равенстве обеих частей). **929.** Решение и ответ даны при задаче. **930.** Корни данного трехчлена [illegible] всегда есть число положительное. **931.** 1) $x^2-8x+16=(x-4)^2$. Значит, при $x=4$ трехчлен равен 0, а при всяком другом значении x он есть число положи-

тельное; 2) $x^2-3x-4=(x-4)[x-(-1)]$. Значит, при $x>4$ и при $x<-1$ трехчлен положителен, а при $4>x>-1$ он отрицателен; 3) $x^2+8x+15=[x-(-3)][x-(-5)]$. Значит, при $x>-3$ и при $x<-5$ трехчлен положителен, а при $-3>x>-5$ он отрицателен. 932. 1) $x^2-14x+45=(x-9)(x-5)$. Значит, при $x>9$ и при $x<5$ трехчлен положителен, а при $5<x<3$ он отрицателен; 2) корни мнимые и коэффициент при x^2 число положительное; значит, трехчлен всегда положителен; 3) $2x^2-x-2=(x-1{,}281)[x-(-0{,}781)]$; поэтому при $x>1{,}281$ и при $x<-0{,}781$ трехчлен положителен; при других значениях x он отрицателен. 933. $-(2x^2+x-10)=-(x-2)\left[x-\left(-2\frac{1}{2}\right)\right]$.

Поэтому при $x>2$ и при $x<-2\frac{1}{2}$ трехчлен отрицателен, при других значениях x он положителен. 934. 1) $x^2-2x-15=(x-5)[x-(-3)]<0$. Значит, $5>x>-3$. 2) $x^2+2x+10=(x+1)^2+9>0$ при всяком значении x. 935. 1) $4x^2-16x+15=\left(x-2\frac{1}{2}\right)\left(x-1\frac{1}{2}\right)>0$; $x>2\frac{1}{2}$ или $x<1\frac{1}{2}$. 2) $-2x^2+8x-10=-(2x^2-8x+10)=-2(x^2-4x+5)=-2[(x-2)^2+1]>0$. Неравенство невозможно ни при каком значении x. 936. $x=-(m-2)\pm\sqrt{(m-2)^2-3m+8}=-(m-2)\pm\sqrt{m^2-7m+12}=-(m-2)\pm\sqrt{(m-4)(m-3)}$. Отсюда видно, что корни окажутся вещественными при $m>4$ и при $m<3$. 937. $x=\frac{3a-1\pm\sqrt{(3a-1)^2-4a^2}}{2a}$. Так как подкоренное выражение $=5a^2-6a+1=5(a-1)\left(a-\frac{1}{5}\right)$, то корни будут вещественны при $a>1$ при $a<\frac{1}{5}$. 938. $x=\frac{a+1}{2}\pm\sqrt{\frac{(a+1)^2}{4}-a^2}=\frac{a+1\pm\sqrt{-3a^2+2a+1}}{2}$. Подкоренное выражение будет такое: $-3(a-1)\left[a-\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$; поэтому корни вещественны, когда a заключается между $-\frac{1}{3}$ и 1. 939. 1) ± 2, ± 1; 2) ± 3, ± 1. 940. 1) ± 3; 2) ± 3, $\pm\sqrt{-1}$. 941. $\pm\sqrt{3}$, $\pm\sqrt{-1}$; ± 2, $\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$. 942. 1) ± 4, ± 3; 2) ± 3, $\pm\sqrt{-7}$. 943. 1) Все 4 корня мнимые; 2) $\pm a\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ и 2 корня мнимые. 944. Решается на основании § 229, т. е. из рассмотрения выражения b^2-4ac и знаков численных величин выражений $-b+\sqrt{b^2-4ac}$ и $-b-\sqrt{b^2-4ac}$. Так, в примере 1-ом № 943 выражение $b^2-4ac=4-8=-4$; значит, все корни мнимые. В примере 2-м того же № $b^2-4ac=a^4+4a^4=5a^4$; кроме того, в этом примере $-b\pm\sqrt{b^2-4ac}=-a^2\pm\sqrt{5a^4}$ и так как $-a^2+\sqrt{5a^4}>0$, а $-a^2-\sqrt{5a^2}<0$, то 2 корня будут вещественные, а 2 мнимые. Вещественные корни должны быть разных знаков, так как один из них есть $+\sqrt{-a^2+\sqrt{5a^4}}$, а другой $-\sqrt{-a^2+\sqrt{5a^4}}$. 945. 1 и 4; 0, -1, 4. 946. $\frac{3}{2}$, $-\frac{5}{2}$; 0, -1, $-\frac{5}{2}$. 947. 0, 6 и -7; -1, -2, -4. 948. 3, 7, 4. 949. 0; 1,6; -1. 950. -1, $-\frac{1}{3}$, -3. 951. 9 (корень 4 посторонний); 1; $28\frac{2}{3}$.

и 5; 3. 955. 8 (посторонний корень —3); —7. 956 $2\frac{1}{4}$; 49. 957. 8; 5. 958. $8\frac{4}{9}$; 24 (посторонний корень 840). 959. Посторонний корень 6; посторонний корень 6. 960. 2 посторонних корня: 22 и 2; b^2+2ab. 961. $\frac{5}{4}$; 2. 962. $\frac{3}{2}$ (посторонний корень 5); 4. 963. 1 $\left(\text{посторонний корень } -\frac{14}{67}\right)$. 964. ± 5. 965. 5, 12, 13. 966. 24, 25 и 7. 967. 8 *см*. 968. Ответ при задаче. 969. Если n_1 (сек.) будет время, в течение которого камень падает на землю, и n_2 время, в течение которого звук от выстрела доходит до наблюдателя, то согласно условию $n_2 - n_1 = n$. Но из предыдущей задачи видно, что $n_2 = \frac{x}{v}$ и $n_1 = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ (где x есть высота над землей аэростата), и потому мы получим уравнение такое же, как в предыдущей задаче (уравнение 1-е), только перед радикалом надо взять знак минус. Уединив радикал и возвысив уравнение в квадрат, мы получим уравнение 2-е предыдущей задачи; следовательно, для x получится та же самая формула. В этой формуле теперь надо взять из двух знаков $\pm$ знак плюс, так как высота аэростата над землею, очевидно, более пространства vn. 970. 1) $x=8$ или $x=3$; 2) $x=8$ или $x=-5$; 3) $x=\pm\sqrt{ab}$. 971. 1) $x=\pm 3$; 2) $x=4\pm\sqrt{32}$; 3) $x=16$. 972. 1) $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{5}{2}$ и $x=0$, $y=0$; 2) $x_1=9$, $x_2=8$. 973. 1) $x=49$ и $x=25$; 2) $x_1=7$, $x_2=\frac{45}{14}$. 974. $x=\frac{24}{13}$, $y=\frac{24}{5}$. 975. 1) $x=4\pm\sqrt{26}$, $y=4\mp\sqrt{26}$; 2) $x=4$, $y=2$ и $x=1$, $y=4$. 976. 1) $x=6$, $y=5$; 2) $x=7$, $y=1$ и $x=-\frac{47}{13}$, $y=-\frac{79}{13}$. 977. 1) $x=3$, $y=2$ и $x=2$, $y=3$; 2) $x=-3$, $y=-3$ и $x=-\frac{3}{5}$, $y=\frac{9}{5}$. 978. $x=10$, $y=15$ и $x=-2$, $y=3$. 979. Корни будут координаты точек пересечения окружности $x^2+y^2=25$ и прямой $y=\frac{1}{3}x$; эти координаты следующие: $x=\pm\sqrt{22,5}=\pm 4,743$ и $y=\pm 1,581$. 980. Корни суть координаты точек пересечения окружности $x^2+y^2=9$ и прямой $y=\frac{5x+3}{5}=x+\frac{3}{5}$. Эти координаты должны быть: $x=\frac{9}{5}$, $y=\frac{12}{5}$ и $x=-\frac{12}{5}$, $y=-\frac{9}{5}$. 981. $x=4$, $y=8$. 982. $x=\pm 12$, $y=\pm 3$ (знаки в соответствии). 983. $x=\frac{36}{5}$, $y=6$. 984. $x=9$, $y=6$ и $x=4$, $y=4$. 985. $x=5$, $y=2$ и $x=-3$, $y=-6$ (всего проще решить уравнение так: во 2-е уравнение вместо x^2+y^2 подставить (из 1-го уравнения) $33-2y$, затем упростить полученное уравнение и т. д.). 986. Один корень 1, другой немного менее 2. 987. 3, 9, 27 и 27, 9, 3. 988. $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$, $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ и 0, 0. 989. $x=10$, $y=15$. 990. 36 и 12, а также 12 и 36. 991. 30 и 36 дней. 992. 137. 113. 993. 12, 4, 3 и 3, 4, 12. 994. $\frac{c}{2}(-1+\sqrt{5})$, $\frac{c}{2}\sqrt{-2+2\sqrt{5}}$. 995. $\frac{s\pm\sqrt{2c^2-s^2}}{2}$, $\frac{s\mp\sqrt{2c^2-s^2}}{2}$. Для возможности задачи необходимо, чтобы

$s^2 > c^2$ (так как $s > c$), но $s^2 < 2c^2$. **996.** $\frac{d\sqrt{2}+\sqrt{8s-2d^2}}{4}$, $\frac{-d\sqrt{2}+\sqrt{8s-2d^2}}{4}$.

997. 119. **998.** 88. **999.** 7. **1000.** 75, 100, 125. **1001.** $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$; $4\frac{2}{3}$, $7\frac{1}{3}$, $12\frac{2}{3}$; $14\frac{3}{4}$, $9\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$. **1002.** Будет, именно 1540-й член. **1003.** Не будет. **1004.** 103. **1005.** $a=3\frac{1}{3}$; 6-й член $=12\frac{1}{2}$. **1006.** Если a, b и c будут три последовательные члена А. П., то это значит, что $b-a=c-b$, откуда находим: $2b=a+c$ и $b=\frac{a+c}{2}$. **1007.** Если члены ряда a, $a+d$, $a+2d, \ldots$ умножим на какое-нибудь число m, то получим новый ряд am, $am+dm$, $am+2dm, \ldots$, который, очевидно, представляет собою А. П. с разностью dm. **1008.** 998 000. **1009.** Если прогрессию рассматривать с конца и взять сумму ее членов, то получим: $1+2+3+\ldots+x=153$; откуда: $\frac{1+x}{2}\cdot x=153$ и, следовательно, $x=17$. **1010.** 39 рублей 90 коп. **1011.** $\frac{-1+\sqrt{1+8A}}{2}$. **1012.** Первое число $=n(n-1)=1$; следовательно, n-ое число $=n(n-1)+1+2(n-1)=n^2+n-1$; сумма $=\frac{1}{2}[(n^2-n+1)+(n^2+n-1)]n=\frac{1}{2}\cdot 2n^2\cdot n=n^3$. **1013.** Искомое число x; сумма $1+2+3+\ldots+(x-1)=\frac{1}{2}(1+x-1)(x-1)=\frac{1}{2}(x^2-x)$. Из уравнения: $\frac{1}{2}(x^2-x)=x$ находим: $x_1=0$ и $x_2=3$. **1014.** 2000 *м* с землей и 1980 *м* без земли. **1015.** 8. **1016.** На 2500. **1017.** 180. **1018.** 75 600. **1019.** $d-\frac{-2a}{n-1}$. **1020.** Если стороны прямоугольного треугольника составляют А. П., то их можно принять (в порядке величины) равными a, $a+d$, $a+2d$. Тогда будем иметь уравнение: $a^2+(a+d)^2=(a+2d)^2$. Из этого уравнения находим: $d=\frac{a}{3}$ и $d=-a$. Второе решение не годится, так как при нем стороны были бы a, 0, $-a$. Первое решение дает: a, $\frac{4}{3}a$, $\frac{5}{3}a$, где a можно считать произвольным числом. **1021.** 449,5 *м*. **1022.** 2, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}, \ldots$ **1023.** 21. **1024.** $\frac{1}{2}n[2a+(n-1)d]$. **1025.** 1) $a=0$, $n=5$ и $a=\frac{1}{4}$, $n=4$; 2) $a=-7$, $n=10$ и $a=9$, $n=2$. **1026.** Если 1-й член есть p^2+1, а разность 1, то $(2p+1)$-й член $=p^2+1+2p=(p+1)^2$. Тогда сумма будет: $\frac{p^2+1+(p+1)^2}{2}\cdot(2p+1)=\frac{2p^2+2p+2}{2}\cdot(2p+1)=(p^2+p+1)(2p+1)=2p^3+2p^2+2p+p^2+p+1=2p^3+3p^2+3p+1=(p+1)^3$. **1027.** Разность $=b-a$; поэтому $c=a+(b-a)(n-1)$. Отсюда: $n=\frac{b+c-2a}{b-a}$. Следовательно, $s=\frac{(a+c)(b+c-2a)}{2(b-a)}$. **1028.** Первое число $=-d\pm\sqrt{d^2+3}$, а также $-d$. **1029.** Пусть углы треугольника будут: a, $a+d$, $a+2d$; тогда $a+(a+d)+(a+2d)=180$. Отсюда $a+d=60°$; значит, один из углов $=60°$. Обратно, если один из углов $=60°$, то или каждый из остальных углов равен $60°$, или

ходимо, чтобы один из двух остальных углов был меньше 60° на столько, насколько другой больше 60°; значит, углы образуют А. П. 1030. Если ряд a, b, d, c есть А. П., то $b-a=d-b$ и $d-b=c-d$. Из первого равенства находим $a=2b-d$, из второго $c=2d-b$. Сложив эти два равенства, получим: $a+c=$ $=b+d$. 1031. n-й член $=a+(b-a)(n-1)$; сумма $=\frac{1}{2}[2a+(b-a)(n-1)]\,n$. n-й член будет нуль, если возможно равенство: $n=1-\frac{a}{b-a}$, т. е. если выражение $\frac{a}{b-a}$ есть какое-нибудь целое **отрицательное** число. 1032. 385. 1033. 13 655. 1034. 1) 371; 2) 2585; 3) 1100. 1035. 4. 1036. $\frac{6^8-1}{6^7}=\frac{1\,679\,616-1}{279\,936}$. 1037. Второй ряд 2-й строки, второй ряд 3-й строки и ряд 5-й строки не представляют собою Г. П.; остальные ряды — Г. П. 1038. 9, 27, 81, 243. 1039. 1) $\frac{4^7+3^7}{7\cdot 3^6\cdot 4}$; 2) $\frac{2^7+3^7}{3\cdot 2^6\cdot 5}$; 3) $\frac{2^7+1}{3}$. 1040. $(2^6-1)(\sqrt{2}+1)$. 1041. 15, 45, 136 и 125, -175, 245. 1042. 1. 2, 4, 8. 1043. $\frac{9}{16}$, $\frac{18}{16}$... 1044. $\frac{5}{2}$, 5, 10... 1045. 1, 21. 1046. *Если* a, b, c составляют Г. П., то $b=aq$ и $c=bq$. Разделив первое равенство на второе, находим: $b:c=a:b$, откуда: $b^2=ac$ и $b=\sqrt{ac}$. Если a, b, c составляют А. П., то $b=a+d$, $c=b+d$. Вычтя из 1-го равенства 2-е, находим: $b-c=$ $=a-b$, откуда: $2b=a+c$, $b=\frac{1}{2}(a+c)$. 1047. 1) ± 10, ± 250; 2) $\pm 24\sqrt{2}$; 3) $\sqrt[3]{24}$, $\sqrt[3]{24^2}$. 1048. Ряд, образованный числами, обратными числами a, aq, aq^2,... есть ряд $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{aq}$, $\frac{1}{aq^2}$...; этот ряд, очевидно, есть Г. П. с знаменателем $\frac{1}{q}$. Ряд чисел, обратных числам a, $a+d$, $a+2d$,... есть ряд $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a+d}$, $\frac{1}{a+2d}$..., который не есть А. П., так как разности $\frac{1}{a+d}-\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{a+2d}-\frac{1}{a+d}$ не равны. 1049. Если основания квадратов будут a, aq, aq^2,..., то их площади образуют ряд a^2, a^2q^2, a^2q^4..., который есть Г. П. с знаменателем q^2. 1050. 183. 1051. Сумма 4-го, 5-го и 6-го членов равна $aq^3+aq^4+aq^5=q^3(a+$ $+aq+aq^2)$; сумма 1-го, 2-го и 3-го членов $=a+aq+aq^2$; сумма 7-го, 8-го и 9-го членов $=aq^6+aq^7+aq^8=q^6(a+aq+aq^2)$. Первая из этих сумм равна квадратному корню из произведения двух остальных сумм. 1052. 36, 24, 16 и 16, 24, 36. 1053. 16, 8, 4 и 2, -6, 18. 1054. $\frac{2}{3}[(-2)^n-1]$. 1055. Из формулы: $s=\frac{a(q^n-1)}{q-1}$ видно, что s равняется нулю тогда, когда $q^n=1$, но $q\neq 1$. Это возможно, если $q=-1$ и n число четное. 1056. В Г. П. или все члены положительны, или все отрицательны, или же попеременно чередуются: за положительным членом следует отрицательный, за ним положительный и т. д. В А. П. отрицательные члены стоят рядом, не разделяясь положительными. 1057. Могут, для этого нужно, чтобы $q=\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ или $q=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$, т. е. чтобы сто-

роны были: $a, a\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}, a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ или $a, a\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{3}}, a\cdot\frac{-1+\sqrt{\ }}{2}$. В первом случае гипотенуза $= a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, во втором случае она $= a$. 1058. $x = \sqrt[3]{a^2b}, y = \sqrt[3]{ab^2}$. 1059. $x = \sqrt[4]{40}$. $y = \sqrt{10}$, $z = \sqrt[4]{250}$. 1060. $4\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{3}$. 1061. 1; $\frac{4}{7}$. 1062. 21; $\frac{a}{a+b}(b < a)$. 1063. $\frac{1}{1-x}$. 1064. $\frac{1}{1+x}$. 1065. $3\sqrt{2}+4$. 1066. 2,366; 4,121. 1067. 4,688. 1068. $\frac{a}{b-a}$. 1069. $\frac{405}{256}$. 1070. В бесконечной прогрессии $a, aq, aq^2, \dots aq^n \dots$ отношение какого-нибудь члена aq^n к сумме всех последующих членов равно $aq^n : \frac{aq^{n+1}}{1-q} = \frac{1-q}{q}$; значит, это отношение не зависит от n. 1071. $a = 5$ и 10; $q = \frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{3}$. Шестой член в первом случае будет $5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{5}{243}$, во втором случае $-\frac{10}{243}$. 1072. $\frac{7}{9}$; $2\frac{71}{99}$; $\frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}$; $\frac{7}{18}$; $1\frac{817}{1980}$; $\frac{142}{825}$. 1073. $2a^2$; $4a(2+\sqrt{2})$. 1074. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$, если a есть сторона данного треугольника; $6a$. 1075. $\frac{ah}{a-b}$, если h есть первый перпендикуляр (он равен $\frac{b}{a}\sqrt{a^2-b^2}$). 1076. $\frac{9}{8}a$. 1077. $66\frac{2}{3}$ *кв. см.* 1078. $2\pi r^2$; $4r^2$. 1079. a^{-3}; x^{-2}; $(a+1)^{-1}$; x^{-1}; x^{-3}; $(1+x)^{-2}$. 1080. $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{16}$; -1; $\frac{1}{4}$; 8; 100; $\frac{8}{125}$; $123\frac{37}{81}$. 1081. $a^{-2}b^{-1}$; $2a^{-3}b^{-4}$; $3ax^{-1}$; $3^{-1}a^{-1}xy^{-2}z^{-3}$. 1082. $a(a+x)^{-1}$; $2(a-x)^{-1}$; $3ab(1+x)^{-2}(1-x)^{-1}$. 1083. $a^0 = 1$; x; x^{-1}. 1084. $14a^4b^2$; $9a^0x^0y^3 = 9y^3$. 1085. $35(a+b)^{-1}$. 1086. a^0; x^{-2}; x^4; x^{-4}. 1087. $2a^2b^3$; $5ab^{-4}x^{-1}$. 1088. a^{-5}; a^{-8}; a^8. 1089. $4a^4b^{-6}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}x^6y^4 = 4x^6y^4$. 1090. $27(1-x)^{-6}(1+x)^6$; $\frac{a^{-4}x^3}{b^2y^{-8}}$. 1091. a^{-4}; x^{-2}; $(a+b)^{-1}$. 1092. $2a^{-1}b^2c^{-3}$; $3x^{-1}y^{-2}x^8$. 1093. $\frac{9^{-3}a^{-18}b^{-12}c^{-18}}{4^{-3}x^{-12}y^{-6}}$; $3a^{-1}x^{-2}y$. 1094. $4a^{-2}-1$; $a^{-4}-2a^{-2}+1$. 1095. $4(a+x)^{-8}y^{10}z^{-4}$; $\frac{25a^{-4}b^3}{49mn}$. 1096. $a^{\frac{3}{2}}$; $a^{\frac{1}{2}}$; $a^{\frac{1}{3}}$; $a^{\frac{2}{3}}$. 1097. $(a+b)^{\frac{1}{2}}$; $(1+x)^{\frac{1}{3}}$; $(1+x)^{\frac{2}{3}}$. 1098. a^{-2}; $a^{-\frac{5}{2}}$; $a^{-\frac{2}{3}}$. 1099. $2^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$; $3^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}$; $2^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}}$. 1100. $5\cdot 2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}$; $6^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{3}}$. 1101. $\sqrt{a}$; $\sqrt[2]{a}$, $\sqrt[3]{a^2}$; $\sqrt[6]{a^{-1}}$; $\sqrt[5]{a^{-2}}$. 1102. $\sqrt[25]{10^{11}}$; $\sqrt[1000]{10^{-1873}}$. 1103. $\sqrt[3]{1+x}$; $\sqrt[3]{(1+x)^2}$; $\sqrt[3]{3\sqrt{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{(1+x)^2}}$. 1104. ± 2; 4; ± 7; ± 512; $\pm\frac{1}{3}$; $\sqrt{4\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{17} = 2{,}061$. 1105. Заменив дробные показатели радикалами, мы получим равенства: $\sqrt{a} = \sqrt[4]{a^2}$, $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[6]{a^4}$, $\sqrt[4]{x^3} = \sqrt[12]{x^9}$. Эти равенства верны

. 7 15 1 3 10 m+1 4 $5a^{\frac{5}{6}}x^{\frac{1}{3}}$

1109. $a^{\frac{1}{4}}$; $a^{-\frac{1}{4}}$; $a^{\frac{1}{15}}$. 1110. $a^{\frac{2}{3}}$; $\frac{5}{2}(a-1)^{\frac{1}{3}}$. 1111. $5ac^{\frac{1}{12}}$; $a^{\frac{1}{2}}$. 1112. $\frac{\sqrt[3]{3}}{4}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{8}{3}}$; $x^{\frac{1}{6}}$. 1113. $a^{\frac{9}{4}}$; $a^{-\frac{3}{2}}$; $a^{\frac{3}{8}}$. 1114. x; x; $4ab^{\frac{1}{3}}$. 1115. $3a^{-1}b^{\frac{1}{6}}c^{-\frac{1}{6}}$. 1116. $a^{\frac{1}{4}}$; $a^{-\frac{1}{9}}$; $(1-x)^{\frac{1}{6}}$. 1117. $(a+b)^{-\frac{1}{6}}$; $2a^{-\frac{1}{8}}b^{0,1}$. 1118. $a-2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b$; $4a^2+2ab^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}b$. 1119. $x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{2}{3}}$; $x^{\frac{3}{2}}+3x+x^{\frac{1}{2}}$. 1120. $x^{-1}+2x^{-\frac{5}{6}}+x^{-\frac{2}{3}}-2x^0-2x^{\frac{1}{6}}+x$. 1121. $y^{\frac{1}{12}}+3+\underline{y^{-\frac{1}{4}}}+2y^{-\frac{1}{6}}+\underline{6y^{-\frac{1}{4}}}+2y^{-\frac{1}{2}}$ (подчеркнутые 2 члена подобны: их можно заменить одним членом $+7y^{-\frac{1}{4}}$). 1122. $\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{12}}c^{-\frac{8}{3}}d^{-\frac{4}{3}}}{(a+b)^{-2}}$. 1123. Решение дано при задаче. 1124. a. 1125. Показатели при 10 должны быть следующие: 0,60206; 0,90309; 1,20412; 0,95424; 1,43136; 0,77815; 1,07918; 1,25527; 0,69897 (последнее число получилось так: $5=\frac{10}{2}=\frac{10^1}{10^{0,30103}}=10^{0,69897}$). 1126. $10^{\frac{1}{5}}=10^{\frac{3}{15}}=\sqrt[15]{10^3}$; $2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{10}{15}}=\sqrt[15]{2^{10}}$. Так как $10^3=1000$, а $2^{10}=1024$, то $10^3<2^{10}$ и потому первое выражение меньше второго. 1127. Соответственные значения для y будут: 1; $\sqrt{3}=1,732$; 3; $\sqrt{27}=5,195$; 9; $\sqrt{243}=15,59$; 27. 1128. Приблизительная величина x, удовлетворяющая уравнению $2^x=5$, должна быть 2,322. 1129. Приблизительная величина y должна быть 0,4 при $x=1,5$ и $-0,1$ при $x=-0,5$. 1130. Ответ при задаче. 1131. 1, 2, 3, 4; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 0; -1, -2, -3, -4. 1132. $\log_{10}1=0$, $\log_{10}10=1$, $\log_{10}100=2$, $\log_{10}0,01=-2$, $\log_a N=x$. 1133. $10^3=1000$; $10^{-3}=0,001$; $16^{\frac{1}{2}}=4$; $a^y=P$. 1134. 1, 2, -1, -2, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$. 1135. 1, 2, 3, 4; -1, -3, -4. 1136. $\log_5 25=2$; $\log_7 343=3$; $\log_3 2187=7$; $\log_8 512=3$. 1137. 1, 2, 6, 0, -1, $-\frac{1}{2}$. 1138. 2, n, -1, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$. 1139. 8, 25, $\frac{1}{1024}$, 2, $\frac{1}{4}$. 1140. $625=5^x$; $\frac{1}{64}=2^x$; $\sqrt[3]{27}=3^x$; $x=4$; $x=-6$; $x=1$. 1141. При всяком x; при $x=\sqrt[a]{a}$. 1142. 0. 1143. Не требует ответа. 1144. $2\log a+3\log b$; $\log 5+3\log a+2\log x$; $3(\log m+\log n)$. 1145. $\log 2+2\log a-\log 3-8\log b$; $\log 4+3\log a-3\log b-\log 5-\log m-4\log n-\frac{1}{2}\log x$; $\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. 1146. $\frac{1}{3}(\log 7+3\log a+\log b)$; $\log 4+\frac{1}{5}(\log 2+\log a+3\log b)$; $\log 7+3\log a+\log b+\frac{1}{8}\log c$. 1147. $\frac{1}{2}(\log 10+\log a+\frac{2}{3}\log b)$; $\frac{1}{2}[\log a+\frac{1}{3}(\log b+\frac{1}{3}\log c)]$. 1148. $2\log a+\frac{1}{2}(\log 2+\log b)-\log 8-3\log x-2\log y$, $\log(a+b)+\log(a-b)$; $2\log(a-b)$. 1149. Пусть числа составляют Г. П. a, aq, $aq^2\ldots$; тогда их логарифмы будут числа: $\log a$, $\log a+\log q$, $\log a+2\log q, \ldots$. Ряд этот образует, очевидно, А. П., у которой разность равна $\log q$. 1150. $x=ab$; $x=\frac{a}{b}$. 1151. $x=a^2$; $x=a^2b^3$

1155. 1) 0 и 1; 2) 1 и 2; 3) 2 и 3; ... 4) $n-1$ и n. 1156. -1; -2; -3; -5; -7. 1157. $\bar{1}$, $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{6}$. 1158. $\log 1 = 0$; $\log 4 = 2 \log 2 = 0{,}602$; $\log 5 = \log 10 - \log 2 = 0{,}699$; $\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0{,}778$; $\log 8 = 3 \log 2 = 0{,}903$; $\log 9 = 2 \log 3 = 0{,}954$. Если возьмем уравнение $5 = 3^x$, то из него находим: $\log 5 = x \log 3$, $x = \frac{\log 5}{\log 3} = 1{,}465\ldots$ 1159. $\bar{3},17609$ и $3,82930$. 1160. 1) Десятичные числа могут разниться только местом запятой; 2) десятичные числа имеют в целой части одно и то же число цифр. 1161. Ответ при задаче. 1162. 302 цифры. 1163. $2^{160} > 3^{100}$. 1164. Если n и $n+1$ будут два рядом стоящих числа натурального ряда, то $\log(n+1) - \log n = \log \frac{n+1}{n} = \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$. При возрастании n дробь $\frac{1}{n}$ $\left(\text{следовательно, и сумма } 1 + \frac{1}{n}\right)$ уменьшается; значит, разность логарифмов двух последовательных целых чисел уменьшается с увеличением этих чисел. В таблицах однако разность эта, повидимому, иногда не убывает; это происходит оттого, что таблицы содержат только приближенные величины логарифмов. Убывание оказалось бы заметным, если бы логарифмы вычислить с бо́льшим числом десятичных знаков. 1165. $\bar{3},6211$; $\bar{2},9240$; $\bar{1},9942$; $\bar{6},3300$. 1166. $-1{,}2651$; $-0{,}9197$; $-3{,}9240$; $-0{,}9977$. 1167. 0,9542; 1,4150; 2,7582; 1,7465, 0,8700; $\bar{1},8783$. 1168. 3,7508; 1,0034; $\bar{1},3168$; $\bar{3},7275$. 1169. 737,2; 22,37; 1,026; 1385. 1170. 46,01; 204,8; 3,236; 0,3807. 1171. 5581; 0,08252; 0,2319; 0,0001221. 1172. $\bar{4},6991$; 0,4164; $\bar{3},7844$. 1173. 1,6267; $\bar{9},1821$. 1174. $\bar{6},6162$; $\overline{88},2032$. 1175. 56,1131; $\bar{3},15775$. 1176. $\bar{1},4055$, $\bar{1},7869$. 1177. $\bar{4},7397$; $\bar{8},4080$; $\bar{1},5832$. 1178. 0,4391; 1,6246; 2,9594. 1179. 0,00005125; 0,7094; 2,485 1180. 1) 0,9145; 2) 26,06; 3) 0,05346. 1181. 11740, 0,01450. 1182. 0,09645; 1,54. 1183. 7,973; 0,0002910. 1184. 10 цифр. 1185. $(0{,}9)^{10} = 0{,}3483$. 1186. 1 503 400 руб.; 2 000 000 руб. 1187. 212,3. 1188. 1) 23,53; 2) 0,3120. 1189. 1 549 000. 1190. Надо вычислить абсолютную величину данного выражения и взять результат со знаком минус. 1191. $-3{,}257$ и -1678. 1192. 1,003 сек. 1193. 45,46. 1194. 0,9215. 1195. 0,01023. 1196. 8,698. 1197. $p = 135{,}8$; $v = 3{,}647$. 1198. (При помощи логарифмов надо вычислить только $r^{-n} = 2^{-1{,}03}$; получим 0,4831); окончательный ответ 0,84. 1199. 295 500; 164 500. 1200. 0,4771; 1,4306; 0,19. 1201. 5,816; $-4{,}981$. 1202. 25; $-1{,}673$, ± 2. 1203. 3; 2. 1204. 2; 0,01778. 1205. b; $x = -0{,}157\ldots$ 1206. $x = 2{,}348$; $y = 2{,}253$ 1207. $x = 7{,}53$; $y = -4{,}98$. Для показания того, что x и y удовлетворяют заданному уравнению, обратим внимание на то, что если $x = \frac{3}{\log 2{,}5}$ и $y = \frac{3}{\log 0{,}25}$, то $\frac{1}{x} = \frac{\log 2{,}5}{3}$ и $\frac{1}{y} = \frac{\log 0{,}25}{3}$; следовательно, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{\log 2{,}5 - \log 0{,}25}{3}$. Так как $2{,}5 = 0{,}25 \cdot 10$, то $\log 2{,}5 = \log 0{,}25 + 1$. Подставив, получим $\frac{1}{3}$. 1208. 4,156. 1209. $n = 2{,}375$, $a = 0{,}4511$. 1210. $x = \sqrt{3}$. 1211. 1. 1212. 2. 1213. $x = 18{,}4$. 1214. 14, 19 лет. 1215. 17, 7. 1216. 30 420 руб. 1217. 5%. 1218. 7. 1219. 14 806 (или на 400 руб. меньше, если не делать взноса в конце 10-го года). 1220. 4318. 1221. 34,9%. 1222. 403,2 руб.; 540,8 руб.; нет: при 1% получились бы не 137,6 руб., а 128 руб. 1223. 4,7%. 1224. $1 + \frac{p}{200} = \left(1 + \frac{q}{1200}\right)^6$. 1225. 0,05% (если годовую потерю обозначим x%, то ежегодно остается $\frac{100-x}{100}$%. Поэтому уравнение будет: $\left(\frac{100-x}{100}\right)^{1600} = \frac{1}{2}$). 1226. 120. 1227. 18. 1228. 408. 1229. 35.

1230. 1) 4; 2) 35; 3) 120; 4) $\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}$. 1231. 10. 1232. 35 960. 1233. 10. 1234. 120; 24; 6. 1235. 220. 1236. 90; 720; 5040. 1237. 906 192. 1238. $x^3+18x^2+107x+210$; $x^4+10x^3+35x^2+50x+24$. 1239. $x^3-5x^2-2x+24$; x^4-5x^2+4. 1240. $x^3-14x^2+65x-100$; $x^3+14x^2+19x-210$. 1241. $1+6x+15x^2+20x^3+15x^4+6x^5+x^6$; $x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243$; $x^7-7x^6+21x^5-35x^4+35x^3-21x^2+7x-1$. 1242. $(2-a)^8=2^8-8\cdot 2^7a+28\cdot 2^6a^2-56\cdot 2^5a^3+70\cdot 2^4a^4-\cdots+a^8=\cdots$; $(3x+4y)^6=(3x)^6+6(3x)^5(4y)+15(3x)^4(4y)^2+\cdots=\cdots$; $(1+x)^m=1+mx+\frac{m(m-1)}{1\cdot 2}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3+\cdots+x^m$. 1243. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^5=x^5+5x^4\left(\frac{1}{x}\right)+10x^3\left(\frac{1}{x}\right)^2+10x^2\left(\frac{1}{x}\right)^3+5x\left(\frac{1}{x}\right)^4+\left(\frac{1}{x}\right)^5=x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$; $(x^2+2y^2)^4=(x^2)^4+4(x^2)^3(2y^2)+6(x^2)^2(2y^2)^2+4x^2(2y^2)^3+(2y^2)^4=x^8+8x^6y^2+24x^4y^4+32x^2y^6+16y^8$; $(3a^2-2b^2)^6=(3a^2)^6-6(3a^2)^5(2b^2)+15(3a^2)^4(2b^2)^2-\cdots=729a^{12}-2916a^{10}b^2+4860a^8b^4-\cdots$ 1244. $(a+b)^4+(a-b)^4=2(a^4+6a^2b^2+b^4)$; $(a+b)^n+(a-b)^n=2[a^n+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}a^{n-2}b^2+\ldots]$; $(a+b)^n-(a-b)^n=2[na^{n-1}b+\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}a^{n-3}b^3+\cdots]$. 1245. $(x^3+3)^5-(x^3-3)^5=2[5(x^3)^4\cdot 3+10(x^3)^2\cdot 3^3+3^5]=\cdots$; $\left(\frac{x}{2}+1\right)^5=\frac{x^5}{32}+\frac{5x^4}{16}+\frac{10x^3}{8}+\frac{10x^2}{4}+\frac{5x}{2}+1$. 1246. $-252(5x^2)^5(6a^2)^5=-252\cdot 30^5x^{10}a^{10}$. 1247. $792(3a)^5\cdot 2^7=792\cdot 2^7\cdot 3^5a^5$. 1248. $-252\left(\frac{2a}{3}\right)^5\left(\frac{3b}{4}\right)^5=-252\left(\frac{2a}{3}\cdot\frac{3b}{4}\right)^5=-252\left(\frac{ab}{2}\right)^5=-\frac{63}{8}a^5b^5$. 1249. $2{,}1^6=2^6+6\cdot 2^5\cdot 0{,}1+15\cdot 2^4\cdot 0{,}01+20\cdot 2^3\cdot 0{,}001+\cdots=64+19{,}2+2{,}4+0{,}16+0{,}006+\cdots=85{,}766\ldots$ 1250. $1{,}03^5=1+5\cdot 0{,}03+10\cdot 0{,}03^2+\cdot 10\cdot 0{,}03^3+\cdots=1{,}159\ldots$ 1251. $0{,}97^4=1-4\cdot 0{,}03+6\cdot 0{,}03^2-4\cdot 0{,}03^3+0{,}03^4=0{,}88529\ldots$ 1252. $29^5=30^5-5\cdot 30^4+10\cdot 30^3-10\cdot 30^2+5\cdot 30-1=20\,511\,149$. 1253. $99^3=100^3-3\cdot 100^2+3\cdot 100-1=970\,299$. 1254. $(4+\sqrt{3})^6=4^6+6\cdot 4^5\sqrt{3}+15\cdot 4^4(\sqrt{3})^2+20\cdot 4^3(\sqrt{3})^3+15\cdot 4^2(\sqrt{3})^4+6\cdot 4(\sqrt{3})^5+(\sqrt{3})^6=17\,803+10\,200\sqrt{3}$; $(6-5\sqrt{2})^5=6^5-5\cdot 6^4\cdot 5\sqrt{2}+10\cdot 6^3(5\sqrt{2})^2-10\cdot 6^2(5\sqrt{2})^3+5\cdot 6(5\sqrt{2})^4-(5\sqrt{2})^5=190\,776-134\,900\sqrt{2}$. 1255. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^4=(\sqrt{a})^4+4(\sqrt{a})^3\sqrt{b}+6(\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2+4\sqrt{a}(\sqrt{b})^3+(\sqrt{b})^4=a^2+4a\sqrt{ab}+6ab+4b\sqrt{ab}+b^2$; $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3=(\sqrt{a})^3-3(\sqrt{a})^2\sqrt{b}+3(\sqrt{a})(\sqrt{b})^2-(\sqrt{b})^3=a\sqrt{a}-3a\sqrt{b}+3b\sqrt{a}-b\sqrt{b}$. 1256. $(1+\sqrt{3})^8=1+8\sqrt{3}+28\cdot 3+56\cdot 3\sqrt{3}+70\cdot 9+\ldots=1552-896\sqrt{3}$ 1257. 7-й член $=5005(x^2)^9\left(\frac{3}{x^3}\right)^6=3\,648\,645$. 1258. 5-й член $=210(2x^2)^6\left(\frac{a}{2x^3}\right)^4=840a^4$. 1259. 6-й член $=\frac{29\cdot 28\ldots 25}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}x^5$; 5-й член $=\frac{29\cdot 28\cdot\ldots 26}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}x^4$. Отношение их коэффициентов $=\frac{25}{5}=5$. 1260. $(x-2y)^5+5(x-2y)^4+10(x-2y)^3+10(x-2y)^2+5(x-2y)+1$. Остается раскрыть скобки по правилу бинома Ньютона. 1261. $A=a(1+r)^t=a[1+tr+\frac{t(t-1)}{1\cdot 2}r^2+\cdots+r^t]$. Так как $r=\frac{p}{100}$ есть небольшая дробь, то степени r при возрастании показателей быстро убывают по величине; поэтому при вычислении можно ограничиться только несколькими первыми членами, например, тремя. Пусть, напри-

мер, $t=10$ и $p=5\%$; тогда $A=a(1+0{,}05)^{10}=a(1+10\cdot 0{,}05+45\cdot 0{,}05^2+$ $+120\cdot 0{,}05^3+\ldots)=a(1+0{,}5+0{,}1125+0{,}0150+\ldots)$. Если возьмем 3 члена, то получим: $A=a\cdot 1{,}6125$; при 4-х членах найдем: $A=a(1{,}6275)$, т. е. 4-й член не влияет на цифру десятых; так что если для A возьмем $a\cdot 1{,}6$, то ошибка будет менее $\frac{1}{10}a$. 1262. Потому что $(a+b)^n+(b+a)^n$. 1263. 1) Члены четного порядка уничтожатся, а члены нечетного порядка удвоятся. Значит, если $n+1$ число четное, то останется $\frac{n+1}{2}$ членов (удвоенных), а если $n+1$ число нечетное, то останется $\frac{n+2}{2}$ членов. 2) Уничтожатся члены нечетного порядка, удвоятся члены четного порядка. 1264. $2a^2=n(n-1)b^2$. 1265. $7^n=(8-1)^n=8^n-n8^{n-1}+\cdots\pm 1$. Из последних двух знаков $\pm$ знак минус будет тогда, когда n нечетное число. Тогда, прибавив к обеим частям равенства по 1, мы получим в правой части число, делящееся, очевидно, на 8. В случае n четного для делимости на 8 надо отнять 1. 1266. $(1+\alpha)^n=1+n\alpha+\ldots$; отсюда видно, что $(1+\alpha)^n>1+n\alpha$, и т. д. (указание при задаче). 1267. Решение дано при задаче. 1268. Допустим, что формула верна для n чисел: $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$. Докажем, что тогда она будет верна и для $n+1$ чисел. Действительно, тогда можно написать: $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3+(n+1)^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2+(n+1)^3=(n+1)^2\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2+\right.$ $\left.+(n+1)\right]=(n+1)^2\left(\frac{n^2+4n+4}{4}\right)=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}=\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right]^2$. Мы видим, что при нашем допущении формула остается верной и для $n+1$ чисел. Но поверкою мы убеждаемся, что для двух чисел формула верна, следовательно, она верна и для $2+1$ чисел, т. е. для 3 чисел, следовательно и для $3+1$ чисел и т. д. 1269. Допустим, что для некоторого значения n неравенство $(1+x)^n>1+$ $+nx$ верно. Докажем, что тогда оно будет верно и для $n+1$. Умножим обе части допущенного неравенства на положительное число $1+x$; получим: $(1+x)^n(1+x)>(1+nx)(1+x)$, т. е. $(1+x)^{n+1}>1+nx+x+nx^2$; отбросив nx^2, мы уменьшим правую часть неравенства, и потому $(1+x)^{n+1}>1+$ $+nx+x$, т. е. $(1+x)^{n+1}>1+(n+1)x$. Мы видим, таким образом, что неравенство, будучи верным для некоторого значения n, остается верным и для этого значения, увеличенного на 1. Но для $n=2$ неравенство верно, так как $(1+x)^2=1+2x+x^2>1+2x$. Тогда по доказанному сейчас оно должно быть верно и для $n=3$, следовательно, и для $n=4$, и т. д. 1270. Пусть верно равенство: $1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2=\frac{1}{3}n(4n^2-1)$. Приложим к обеим частям по $(2n+1)^2$: $1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2+(2n+1)^2=\frac{1}{3}n(4n^2-1)+(2n+1)^2$. Правая часть этого равенства тождественна с выражением $\frac{1}{3}(n+1)[4(n+1)^2-1]$, так как по раскрытии скобок и приведении подобных членов оба эти выражения приводятся к одному и тому же многочлену: $\frac{4}{3}n^3+4n^2+\frac{11}{3}n+1$. Для 2-х нечетных чисел формула $1^2+3^2=\frac{1}{3}\cdot 2(4\cdot 4-1)=10$ верна; след. и т. д. ...

1271. $\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)+(n+1)(n+2)=(n+1)(n+2)\left(\frac{1}{3}n+1\right)=(n+1);$

$(n+2)\frac{n+3}{3}=\frac{1}{3}(n+1)(n+2)(n+3)$. Следовательно... 1272. $(n+1)^3+$ $+5(n+1)=(n^3+5n)+3n^2+3n+6=(n^3+5n)+[3n(n+1)+6]$. Выражение, стоящее в скобках [ ], делится, очевидно, на 3 и, кроме того, оно делится на 2, так как из двух целых чисел n и $n+1$ одно непременно четное; следовательно, выражение это делится на 6. Поэтому если n^3+5n делится на 6, то и $(n+1)^3+$ $+5(n+1)$ делится на 6. Но при $n=2$ выражение делится на 6 (так как $8+$ $+10=18$); значит, оно делится на 6 и при $n=3$, и т. д. 1273. Умножим обе части доказываемого равенства на 2 и на $2n+1$ Тогда в левой части, переставив сомножители, мы будем иметь: $(n+2)(n+3)\ldots(n+n)(2n+1)\,2(n+1)=$ $=[(n+1)+1]\ [(n+1)+2]\ [(n+1)+3]\ \ldots\ [(n+1)+(n-1)]\ [(n+1)+n]$ $[(n+1)+(n+1)$, т. е. мы получим произведение $n+1$ последовательных целых чисел, начиная с $n+1$. В правой части доказываемого равенства мы будем иметь: $2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)\cdot 2\,(2n+1)=2^{n+1}\cdot 1\cdot 3\ .\ .\ (2n-1)\,(2n+1)$. Таким образом, если доказываемое равенство верно для некоторого значения n, то оно верно и для этого значения, увеличенного на 1. Но для $n=2$ оно верно: $(2+1)(2+2)=2^2\cdot 1\cdot 3$, т. е. $12=12$. Следовательно, оно верно и для $n=3$ и т. д.